

# Experimente zum Bewegungsbeginn in laminarer und turbulenter Strömung

**Masterarbeit**

Steve Borchardt | 1969658

Fachgebiet Wasserbau und Hydraulik



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



Steve Borchardt  
Matrikelnummer: 1969658  
Studiengang: Master Bauingenieurwesen

Masterarbeit  
Thema: " Experimente zum Bewegungsbeginn in laminarer und turbulenter Strömung "  
Korrigierte Fassung

Eingereicht: 9. März 2015

Betreuer: PD Dr.-Ing. habil. Peter Mewis, Dr.-Ing. Jens-Uwe Wiesemann

Prof. Dr.-Ing. habil. Boris Lehmann  
Fachgebiet Wasserbau und Hydraulik  
Fachbereich Bau- und Umweltingenieurwissenschaften  
Technische Universität Darmstadt  
Franziska-Braun-Straße 7  
64287 Darmstadt



---

## Inhaltsverzeichnis

---

Inhaltsverzeichnis	I
Abbildungsverzeichnis	II
Tabellenverzeichnis	III
Formelzeichen	IV
1. .... Danksagung	1
2. .... Motivation und Zielsetzung	2
3. .... Grundlagen	3
3.1. Viskosität	3
3.2. Strömungszustand	3
3.3. Schubspannung	4
3.4. Geschwindigkeitsverteilung	6
3.4.1. laminare Geschwindigkeitsverteilung	6
3.4.2. turbulente Geschwindigkeitsverteilung	7
3.5. Hydrodynamische Einlauflänge	9
3.6. Eigenschaften von Sedimenten	11
3.7. einwirkende Kräfte	12
3.8. Bewegungsbeginn	14
3.9. Shields-Diagramm	16
4. .... Versuchsaufbau	20
4.1. Bestimmung der geotechnischen Eigenschaften	20
4.1.1. Korngrößenverteilung	21
4.1.2. Korndichte $\rho_s$	23
4.1.3. Dichte bei lockerster und dichtester Lagerung	24
4.2. Versuchseinrichtung	26
4.3. Glycerin-Wasser-Gemisch	29
5. .... Bewegungsbeginn	33
6. .... Ergebnisse	34
7. .... Zusammenfassung	45
Literaturverzeichnis	VII
8. .... Firmenverzeichnis	X
9. .... Anhang	XI
10. ... Erklärung zur Abschlussarbeit gemäß § 22, Abs. 7 APB	XXVIII

---

## Abbildungsverzeichnis

---

Abbildung 1: Schubspannungsverteilung nach Yalin (1977) .....	5
Abbildung 2: schematische Darstellung der Geschwindigkeitsprofile nach Yalin (1977).....	6
Abbildung 3: Kornform (Witt 2009) .....	11
Abbildung 4: Kornrauigkeit (Witt 2009) .....	11
Abbildung 5: einwirkende Kräfte .....	14
Abbildung 6: Shields-Diagramm mit Shieldskurve nach Zanke (2013).....	19
Abbildung 7: für die Untersuchungen verwendeter Grobsand .....	20
Abbildung 8: Siebanalyse .....	21
Abbildung 9: Kornverteilung .....	22
Abbildung 10: dichteste (links) und lockerste Lagerungsdichte (rechts) (Wehnert 2008).....	24
Abbildung 11: Versuchsrinne als parallele Projektion.....	26
Abbildung 12: Draufsicht Versuchsrinne .....	27
Abbildung 13: vertikaler Schnitt der Versuchsrinne .....	28
Abbildung 14: Versuchsrinne mit ebener Sohle.....	29
Abbildung 15: Verlauf der dynamischen Viskosität $\eta$ .....	30
Abbildung 16: Verlauf der Dichte $\rho$ in Abhängigkeit der Glycerinkonzentration .....	30
Abbildung 17: Kugelfall-Viskosimeter .....	31
Abbildung 18: Shields-Kurve (Zanke 2013) und Yalin-Karahan-Kurven (García 2008).....	34
Abbildung 19: Shields-Diagramm, implizite Darstellung .....	38
Abbildung 20: Shields-Diagramm, explizite Darstellung .....	38
Abbildung 21: Yalin-Karahan-Diagramm, implizite Darstellung .....	40
Abbildung 22: Yalin-Karahan-Diagramm, explizite Darstellung.....	40
Abbildung 23: Messdaten mit Entwicklung der Turbulenz .....	42
Abbildung 24: Entwicklung Dicke der viskosen Unterschicht $\delta$ zum Korndurchmesser.....	42
Abbildung 25: Bewegungsbeginn in laminarer Strömung nach Zanke (2001) .....	43

---

## Tabellenverzeichnis

---

Tabelle 1: hydrodynamische Einlaufänge $L_{hy}$ für laminare Strömungen .....	10
Tabelle 2: hydrodynamische Einlaufänge $L_{hy}$ für turbulente Strömungen.....	10
Tabelle 3: Untersuchungen zum Bewegungsbeginn in laminaren Strömungen.....	17
Tabelle 4: Kugelfall-Viskosimeter.....	32
Tabelle 5: Messergebnisse bezogen auf den hydraulischen Radius $r_{hy}$ .....	37
Tabelle 6: Messergebnisse bezogen auf die Fließtiefe $h$ .....	39
Tabelle 7: Einfluss der Turbulenz nach Zanke (2001) .....	44

---

## Formelzeichen

---

a,b,c	dreiaxiale Längen des Korns [m]
a	Hebelarm normal zur Sohle
b	Hebelarm parallel zur Sohle
$c_D$	Widerstandsbeiwert [-]
$c_{FL}$	Liftkraftbeiwert [-]
d	Rohrdurchmesser [m]
$d_m$	maßgebender Korndurchmesser [m]
$d_{50}$	Größe, bei der 50 % der Körner größer oder feiner sind [m]
h	Fließtiefe [m]
g	Erdbeschleunigung [ $m/s^2$ ]
$k_s$	äquivalente Sandrauheit [m]
$k_s^+$	dimensionslose Rauheitshöhe [-]
l	Mischungsweg [m]
$\max \rho_d$	dichteste Lagerungsdichte [ $g/cm^3$ ]
$m_2$	Masse des mit Wasser und Sediment gefüllten Pyknometers [g]
$m_d$	Masse der trockenen Sedimentprobe [g]
$m_i$	Masse der Siebrückstände [g]
$\min \rho_d$	lockerste Lagerungsdichte [ $g/cm^3$ ]
$m_p$	Masse des Kapillarpyknometers [g]
$m_{wT}$	Masse des Wassers bei einer Temperatur T [g]
$m_0$	Gesamtmasse der Probemenge [g]
n	Anzahl der Wiederholungen [-]
r	Rohrradius [m]
$r_{hy}$	hydraulischer Radius [m]
$\bar{s}$	arithmetisch gemitteltes Sohlniveau [m]
s	lokales Sohlniveau [m]
t	Fallzeit der Kugel [s]
u	mittlere Strömungsgeschwindigkeit [m/s]
$u_{max}$	maximale Strömungsgeschwindigkeit [m/s]
$u_s$	auf das Korn wirkende mittlere Geschwindigkeit [m/s]



---

---

$u^*$	Schubspannungsgeschwindigkeit [m/s]
$w$	Sinkgeschwindigkeit [m/s]
$A$	Fließquerschnitt [m <sup>2</sup> ]
$C_U$	Unförmigkeitszahl [-]
$D$	Lagerungsdichte
$D^*$	dimensionslose Korngröße [-]
$E$	Grad der Exponierung [-]
$FD$	Druckkraft [N]
$FG'$	Eigengewicht eines Partikels unter Auftrieb [N]
$FL$	Liftkraft [N]
$Fr^*$	Froudezahl des Kornes [-]
$I_s$	Sohlefälle [-]
$I_{WSP}$	Fließgefälle [-]
$K$	Kugelkonstante [-]
$L$	Rohrlänge [m]
$L_{hy}$	hydrodynamische Einlauflänge [-]
$Q$	Durchfluss [m <sup>3</sup> /s]
$R$	Bewegungsrisiko [%]
$Re$	Reynoldszahl [-]
$Re_p$	Reynoldszahl des Korns [-]
$Re^*,d$	kornbezogene Reynoldszahl [-]
$SF$	Formbeiwert [-]
$S_i$	Siebdurchgang [%]
$U$	benetzter Umfang [m]
$V$	Volumen einer Kugel [m <sup>3</sup> ] Flüssigkeitsvolumen [ml] Probenvolumen [g/cm <sup>3</sup> ]
$V_k$	Kornvolumen [cm <sup>3</sup> ]
$V_{pT}$	Volumen eines Kapillarpyknometers bei einer Temperatur T [cm <sup>3</sup> ]
$V_{wT}$	Volumen des Wassers bei einer Temperatur T [cm <sup>3</sup> ]
$V_z$	Volumen Versuchszylinder [cm <sup>3</sup> ]

---

---

$\alpha$	Winkel Sohlneigung
$\delta$	Dicke der viskosen Unterschicht [m]
$\Delta m$	Masse des Fluids [g]
$\Delta p$	Druckverlust [Pa]
$\eta$	dynamische Viskosität [Pa s] dynamische Viskosität [cP]
$\zeta$	Korrekturfaktor der Sohlunebenheiten [-]
$\kappa$	von-Kármán-Konstante [-]
$\lambda$	Reibungsbeiwert [-]
$\nu$	kinematische Viskosität [m <sup>2</sup> /s]
$\rho$	Fluiddichte [kg/m <sup>3</sup> ] Dichte der untersuchten Flüssigkeit bei der Temperatur T [g/cm <sup>3</sup> ]
$\rho_d$	Dichte der trockenen Sedimentprobe [g/cm <sup>3</sup> ]
$\rho_k$	Dichte der Kugel [g/cm <sup>3</sup> ]
$\rho_{wT}$	Dichte von Wasser bei einer Temperatur T [g/cm <sup>3</sup> ]
$\rho'$	relative Dichte [-]
$\sigma$	Standardabweichung [-]
$\tau$	Schubspannung [N/m <sup>2</sup> ]
$\tau_0$	Sohlschubspannung [N/m <sup>2</sup> ]
$\tau_l$	viskose Schubspannung [N/m <sup>2</sup> ]
$\tau_t$	turbulente Schubspannung [N/m <sup>2</sup> ]
$\tau_y$	von der Sohle ausgehend in Höhe y übertragene Schubspannung [N/m <sup>2</sup> ]
$\tau^*$	dimensionslose Schubspannung [-]
$\tau^*_{*,c,\varphi}$	kritische dimensionslose Schubspannung, Ansatz von Zanke [-]
$\tau^{*'}_{*}$	Fluktuationen der dimensionslosen Schubspannung $\tau^*$ [-]
$\varphi$	Winkel der inneren Reibung [°]

---

## 1. Danksagung

---

Die vorliegende Arbeit wurde am wasserbaulichen Forschungslabor der TU Darmstadt durchgeführt und erst durch die finanzielle Unterstützung und dem Mitwirken der Mitarbeiter des Fachgebiets Wasserbau und Hydraulik ermöglicht.

Ich möchte mich bei PD Dr.-Ing. habil. Peter Mewis für die engagierten und intensiven Diskussionen und Anregungen in den letzten Monaten bedanken, die unter anderem erst zum Entstehen dieser spannenden Aufgabenstellung geführt haben. Seine Tür stand für mich immer offen und er hat die Entwicklung dieser Arbeit mit großem Interesse verfolgt.

Dr.-Ing. Jens-Uwe Wiesemann möchte ich für die tatkräftige Unterstützung und die gewährten Freiheiten beim Versuchsaufbau danken und dass er für die vielen Herausforderungen im Vorfeld und während den Versuchsdurchführungen wiederholt schnelle und erfolgreiche Lösungen gefunden hat.

Wenn an der Versuchsrinne etwas zu reparieren oder ein neues Bauteil erforderlich war, ist es dem Werkstattmeister Karl-Heinz Dreieicher zu verdanken, dass dies innerhalb kürzester Zeit erledigt war.

Auch möchte ich mich bei Carina Soppa aus der Versuchsanstalt für Geotechnik an der TU Darmstadt für Ihre Geduld und Hilfestellung während den geotechnischen Versuchen bedanken.

Mein besonderer Dank gilt den beiden Unternehmen Peter Greven und Fauth, die mit der unentgeltlichen Bereitstellung des Glycerins maßgeblich am Erfolg dieser Arbeit beteiligt waren.

Abschließend möchte ich meiner Familie und meinen Freunden, vornehmlich Andreas Fleck und Cora Schnepf, meinen tiefsten Dank aussprechen, dass diese mich seit vielen Jahren begleiten und meine Studiumszeit bereichert haben, egal wie groß die räumliche Distanz auch sein mag. Auch ist ihre Unterstützung, als sich diese Arbeit der Fertigstellung näherte, hervorzuheben.

---

## 2. Motivation und Zielsetzung

---

Das Erscheinungsbild natürlicher Fließgewässer unterliegt infolge dynamischer Prozesse einem stetigen Wandel. Die Sedimente innerhalb eines Fließgewässers werden je nach Intensität und Ausprägung der Strömung in Bewegung versetzt und verändern kontinuierlich das Aussehen und die Form der Gewässersohle. Sei es die Verlandung von Hafenbecken, die Kolkbildung an Bauwerken oder das Gewährleisten der Fahrwassertiefen für die Schifffahrt, jährlich werden umfangreiche Anstrengungen unternommen, um die Folgen des Sedimenttransports abzuschwächen oder auszugleichen. Die Umlagerung von Sohlsedimenten ist für den Menschen aber nicht nur nachteilig, sondern wird bei der Wiederherstellung ökologisch wertvoller Rückzugsgebiete für den Menschen und die Natur angewendet, um die Entwicklung einer abwechslungsreichen Fließgewässerlandschaft zu unterstützen.

Die Beschreibung des Bewegungsbeginns von Sedimenten basiert heute noch immer auf der Veröffentlichung von Shields (1936). Shields reduziert den Bewegungsbeginn auf die mittleren Größen der Strömungsintensität und den maßgebenden Korndurchmesser und stellt deren Verhältnis zueinander in einem Diagramm dar. Das Shields-Diagramm unterteilt die Gewässersohle zwischen einem ruhenden und einem sich bewegenden Zustand. Über die Jahre wurde das Shields-Diagramm um weitere Messungen verschiedener Autoren ergänzt und der Bereich des Bewegungsbeginns konnte fortlaufend eingegrenzt werden. Infolge stochastischer Bedingungen, wie der Lagerung der Sohlsedimente zueinander und turbulenzbedingter Wirbelstrukturen, findet der Bewegungsbeginn nicht sprunghaft, sondern graduell statt. In der vorliegenden Arbeit wird der Einfluss der Turbulenz auf den Bewegungsbeginn experimentell untersucht und den Ergebnissen anderer Veröffentlichungen gegenübergestellt.

Die experimentellen Untersuchungen zum Bewegungsbeginn werden in einer nicht neigbaren, 4 m langen und 0,61 m breiten Versuchsrinne mit eigenem Flüssigkeitskreislauf durchgeführt. Als Sediment wird ein Grobsand mit einem maßgebenden Korndurchmesser von 1,105 mm und einer steilen Sieblinie verwendet. Um einen breiten Bereich des Shields-Diagramms abzubilden, wird die kinematische Viskosität  $\nu$  eines Glycerin-Wasser-Gemischs von anfänglich  $\nu = 8,1 \cdot 10^{-4}$  schrittweise auf  $\nu = 1,2 \cdot 10^{-6}$  verringert. Die Durchflussmenge und das Fließgefälle werden derart angepasst bis die Bewegung einzelner Körner festgestellt werden kann. Für jeden Teilversuch werden die kritischen Fließtiefen und Fließgefälle notiert, die zum Zeitpunkt des Bewegungsbeginns vorliegen. Parallel dazu werden von dem Glycerin-Wasser-Gemisch Proben entnommen, um die Dichte und Viskosität zu bestimmen.

Mit den Messungen wird der Bewegungsbeginn für laminare und turbulente Strömungen, sowie für glatte Wandverhältnisse und den Übergang zwischen glatte und raue Wandverhältnisse beobachtet und in das Shields-Diagramm übertragen.

---

### 3. Grundlagen

---

#### 3.1. Viskosität

Wirkt innerhalb einer Strömung eine Schubspannung  $\tau$ , so findet eine Verformung der Flüssigkeit statt. Das Ausmaß der Verformung ist dabei proportional zur Größe der Schubspannung  $\tau$ . Die Proportionalität wirkt wie ein Widerstand und wird als Viskosität oder Zähigkeit bezeichnet. Fluide mit großer Viskosität weisen eine hohe innere Reibung und geringe Fließfähigkeit auf. Mit abnehmender Viskosität verhält sich ein Fluid dünnflüssiger.

Die dynamische Viskosität  $\eta$  ist das Verhältnis zwischen der Schubspannung  $\tau$  und dem Geschwindigkeitsgradienten  $du/dy$ .

$$\tau = \eta \frac{du}{dy} \quad [1]$$

$\eta$       dynamische Viskosität [Pa s]

$\tau$       Schubspannung [N/m<sup>2</sup>]

Unter Berücksichtigung der Fluidichte  $\rho$  wird die kinematische Viskosität  $\nu$  erhalten.

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad [2]$$

$\nu$       kinematische Viskosität [m<sup>2</sup>/s]

$\rho$       Flüssigkeitsdichte [kg/m<sup>3</sup>]

#### 3.2. Strömungszustand

Bewegen sich Flüssigkeitsteilchen nebeneinander auf voneinander getrennten Schichten, so wird von einer laminaren Strömung gesprochen. Hierbei stimmt die Geschwindigkeitsrichtung jedes Teilchens mit dem Verlauf der Hauptströmung überein. Weichen die Geschwindigkeitsrichtungen der einzelnen Flüssigkeitsteilchen gegenüber der Hauptströmung ab, entstehen Wirbel und es kommt zu einer Vermischung der einzelnen Flüssigkeitsschichten. Turbulente und laminare Strömungen können mittels der Reynoldszahl  $Re$  als Verhältnis der Trägheitskraft zur Reibungskraft beschrieben werden:

$$Re = \frac{u d}{\nu} \quad [3]$$

$Re$       Reynoldszahl [-]

$u$       mittlere Strömungsgeschwindigkeit [m/s]

$d$       Rohrdurchmesser [m]

Bei großen Reynoldszahlen  $Re$  wird die Viskosität vernachlässigbar und die Massekräfte bestimmen den Strömungszustand. Bei kleinen Reynoldszahlen  $Re$  überwiegt der Einfluss der inneren Reibung und die Trägheitskräfte sowie Dichte sind untergeordnet. In der Literatur wird für den Umschlag von laminarer zur turbulenten Strömung eine Reynoldszahl  $Re \approx 2320$  genannt.

### 3.3. Schubspannung

Zwischen der Gewässersohle, dem Ufer und der Strömung wird infolge der Wandreibung eine Schubspannung  $\tau$  übertragen. An der Gewässeroberfläche entspricht die Schubspannung  $\tau$  dem Wert null und wächst über die Fließtiefe  $h$  linear an, bis an der Gewässersohle mit der Sohlschubspannung  $\tau_0$  die maximale Größe erreicht wird. Der Einfluss des Ufers auf das Gewässer wird über eine umfangsgemittelte Wandschubspannung  $\tau$  mittels der hydraulisch wirksamen Fließtiefe  $r_{hy}$  berücksichtigt. Häufig wird die hydraulisch wirksame Fließtiefe auch als hydraulischer Radius  $r_{hy}$  bezeichnet und gibt das Verhältnis zwischen der Form des durchströmten Fließquerschnitts  $A$  und der mit Flüssigkeit benetzten Gerinnewandung  $U$  wieder.

$$\tau = \rho g r_{hy} I_s \quad [4]$$

$\tau$       umfangsgemittelte Schubspannung [ $\text{N/m}^2$ ]

$g$       Erdbeschleunigung [ $\text{m/s}^2$ ]

$I_s$       Sohlefälle [-]

$r_{hy}$     hydraulischer Radius [ $\text{m}$ ]

$$r_{hy} = \frac{A}{U} \quad [5]$$

$A$       Fließquerschnitt [ $\text{m}^2$ ]

$U$       benetzter Umfang [ $\text{m}$ ]

Bei sehr breiten Gerinnen mit einem Verhältnis der Gewässerbreite  $b$  zur Fließtiefe  $h$ , das größer als 30 ist, stimmt die umfangsgemittelte Wandschubspannung  $\tau$  mit der Sohlschubspannung  $\tau_0$  überein.

$$\tau_0 = \rho g h I_s \quad [6]$$

$\tau_0$       Sohlschubspannung [ $\text{N/m}^2$ ]

$h$       Fließtiefe [ $\text{m}$ ]

Laut Yalin (1977) wird die Schubspannung  $\tau$  innerhalb einer turbulenten Strömung aus einem viskosen  $\tau_l$  und einem durch turbulente Schwankungen erzeugten Teil  $\tau_t$  gebildet.

$$\tau = \tau_l + \tau_t \quad [7]$$

$\tau_l$       viskose Schubspannung [ $\text{N/m}^2$ ]

$\tau_t$       turbulente Schubspannung [ $\text{N/m}^2$ ]

Die viskose Schubspannung  $\tau_l$  leitet sich hierbei aus dem Newtonsch'en Zähigkeitsgesetz infolge der inneren Reibung ab.

$$\tau_l = \mu \frac{du}{dy} \quad [8]$$

Die turbulente Schubspannung  $\tau_t$  wird dagegen durch die gemittelten Fluktuationen der Geschwindigkeit in y und y –Richtung bestimmt.

$$\tau_t = -\rho \overline{u'v'} \quad [9]$$

$\overline{u'v'}$  gemittelte Geschwindigkeitsfluktuationen in x- und y- Richtung

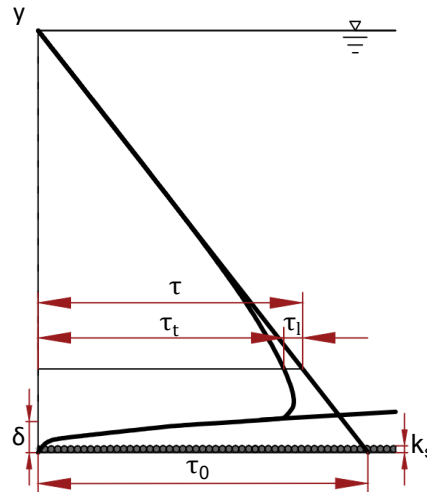


Abbildung 1: Schubspannungsverteilung nach Yalin (1977)

Alternativ können die Fluktuationen auch über den Mischungswegansatz nach Prandtl berechnet werden.

$$\tau_t = \rho l^2 \left( \frac{du}{dy} \right)^2 \quad [10]$$

Dabei ist  $l$  der Weg, den ein Turbulenzballen quer zur Hauptströmung zurücklegt, bis dieser sich vollständig mit der umgebenden Strömung vermischt. Messungen haben ergeben, dass sich der Mischungsweg  $l$  proportional zum Wandabstand  $y$  verhält.

$$l = \kappa y$$

- $l$  Mischungsweg [m]
- $y$  Wandabstand [m]
- $\kappa$  von-Kármán-Konstante [-]

Die Schubspannung  $\tau$  kann auch über eine Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_*$  an der Wand charakterisiert werden.

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} = \sqrt{gr_{hy} I_s} = \sqrt{\frac{u^2 \lambda}{8}} \quad [11]$$

- $u_*$  Schubspannungsgeschwindigkeit [m/s]
- $\lambda$  Reibungsbeiwert [-]

### 3.4. Geschwindigkeitsverteilung

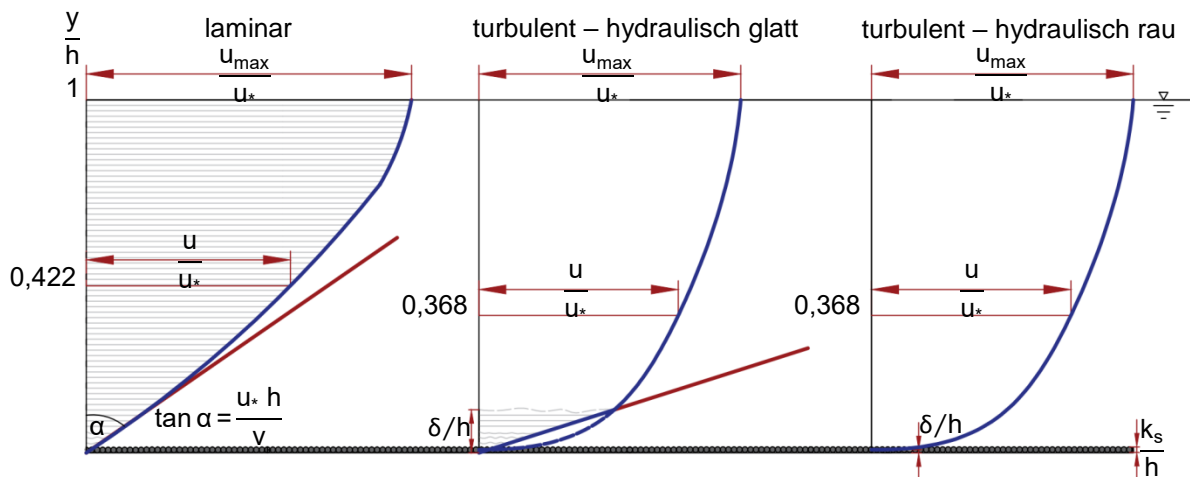


Abbildung 2: schematische Darstellung der Geschwindigkeitsprofile nach Yalin (1977)

An der Grenzschicht zwischen dem Fluid und der Gewässersohle bleiben die sohnahen Wasserteilchen an der Sohle haften und bremsen die Strömungsgeschwindigkeit auf  $u = 0$  ab. Außerhalb dieser Grenzschicht ist die Strömungsgeschwindigkeit infolge der Wandhaftbedingung verzögert und wächst mit steigendem Wandabstand  $y$  an.

#### 3.4.1. laminare Geschwindigkeitsverteilung

Wird das Newtonsch'e Zähigkeitsgesetz [8] und die lineare Schubspannungsverteilung  $\tau_y$  in der Höhe  $y$  über der Gewässersohle

$$\tau_y = \tau_0 \left(1 - \frac{y}{h}\right) \quad [12]$$

$\tau_y$  von der Sohle ausgehend in Höhe  $y$  übertragene Schubspannung [ $\text{N/m}^2$ ]

integriert, erhält man für laminare Strömungen an der Gewässeroberfläche die maximale Strömungsgeschwindigkeit  $u_{\max}$

$$\frac{u_{\max}}{u_*} = \frac{1}{2} \frac{u_* h}{\nu} \quad [13]$$

$u_{\max}$  maximale Strömungsgeschwindigkeit [ $\text{m/s}$ ]

und mittels Integration über die Fließtiefe die mittlere Strömungsgeschwindigkeit  $u$

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{3} \frac{u_* h}{\nu} \quad [14]$$

bei einer Höhe von

$$\frac{y}{h} = 0,42 \quad [15]$$



### 3.4.2. turbulente Geschwindigkeitsverteilung

In turbulenten Strömungen nimmt in der Wandnähe der viskose Einfluss zu und schwächt turbulenzbedingte Wirbel sowie Geschwindigkeitsfluktuationen ab bis ein laminarer Strömungszustand entsteht. Die Ausdehnung dieses laminaren Bereichs wird als Dicke der viskosen Unterschicht  $\delta$  bezeichnet. Wie stark die viskose Unterschicht ausgeprägt ist und welchen Einfluss diese auf die Strömung hat, wird durch die Wandrauheit beeinflusst.

$$\delta = 11,6 \frac{\nu}{u_*} \quad [16]$$

$\delta$       Dicke der viskosen Unterschicht [m]

Bei einer hydraulisch glatten Wand befinden sich die Sedimentpartikel innerhalb der viskosen Unterschicht  $\delta$  und beeinflussen die Hauptströmung nicht. Eine hydraulisch glatte Wand liegt vor sobald

$$\frac{u_* k_s}{\nu} < 5 \quad [17]$$

$k_s$       äquivalente Sandrauheit [m]

zutrifft. Für enggestufte, gleichförmige Böden kann für die äquivalente Sandrauheit  $k_s$  der mittlere Korndurchmesser  $d_m$  verwendet werden. Für weitgestufte, ungleichförmige Böden wird für die äquivalente Sandrauheit  $k_s$  die Korngröße  $d_{50}$  mal dem Faktor zwei oder der  $d_{90}$  vorgeschlagen.

Wird die Schubspannungsverteilung über die Fließtiefe integriert, ergibt sich für den hydraulisch glatten Bereich die maximale Geschwindigkeit  $u_{\max}$  aus

$$\frac{u_{\max}}{u_*} = 2,5 \ln \left( 9 \frac{u_* y}{\nu} \right) \quad [18]$$

und die mittlere Geschwindigkeit  $u$  über

$$\frac{u}{u_*} = 2,5 \ln \left( 3,32 \frac{u_* y}{\nu} \right) \quad [19]$$

bei einer Fließtiefe von

$$\frac{y}{h} = e^{-1} \approx 0,368 \quad [20]$$

Die lineare Geschwindigkeitsverteilung innerhalb der viskosen Unterschicht wird über die empirisch bestimmte von-Kármán-Konstante  $\kappa$  abgebildet. Der Wert der von-Kármán-Konstante  $\kappa$  wird üblicherweise als 0,4 angenommen.

$$\frac{1}{\kappa} = 2,5 \quad [21]$$

Mit ansteigender Strömungsgeschwindigkeit  $u$  verringert sich die Dicke der viskosen Unterschicht  $\delta$  und die Sedimentpartikel werden teilweise oder vollständig der Hauptströmung ausgesetzt.

Sind die Körner vollständig der turbulenten Hauptströmung ausgesetzt, wird von einer hydraulisch rauen Sohle gesprochen. Nach Raudkivi (1982) ist eine hydraulisch raue Wand zu erwarten, sobald die Bedingung

$$\frac{u_* k_s}{\nu} > 70 \quad [22]$$

erfüllt wird. Die Größe, Form und Verteilung der Sohlrauheit wird im Geschwindigkeitsprofil über die äquivalente Sandrauheit  $k_s$  berücksichtigt. Im hydraulisch rauen Bereich wird die maximale Geschwindigkeit  $u_{\max}$  mit

$$\frac{u_{\max}}{u_*} = 2,5 \ln \left( 30,1 \frac{y}{k_s} \right) \quad [23]$$

erhalten und die mittlere Geschwindigkeit  $u$

$$\frac{u}{u_*} = 2,5 \ln \left( 11 \frac{h}{k_s} \right) \quad [24]$$

für eine Fließtiefe von

$$\frac{y}{h} = e^{-1} \approx 0,368 \quad [25]$$

Alternativ zur äquivalenten Sandrauheit  $k_s$  kann die mittlere Geschwindigkeit  $u$  über den Reibungsbeiwert  $\lambda$  ermittelt werden. In der Gerinneströmung entspricht der Reibungsbeiwert  $\lambda$  dem mittleren Korndurchmesser  $d_m$ . Durch Umstellen der Gleichung [11] kann in turbulenten Strömungen für hydraulisch raue Wandverhältnisse die mittlere Geschwindigkeit  $u$  bestimmt werden:

$$u = \sqrt{\frac{8}{\lambda}} \sqrt{g r_{hy} I} = \sqrt{\frac{8}{\lambda}} u_* \quad [26]$$

Der Übergang der glatten zur rauen Sohle findet im Bereich von

$$5 < \frac{u_* k_s}{\nu} < 70 \quad [27]$$

statt. Für natürliche Fließgewässer wird der Übergangsbereich von einer natürlichen rauen Sohle eingenommen, während für künstliche Gerinne mit gleichförmigen Rauheitselementen sandraue Wandverhältnissen gelten. Nach Zanke (1996) berechnet sich die mittlere Geschwindigkeit  $u$  für eine natürlich raue Sohle mit

$$\frac{u}{u_*} = 2,5 \left( \ln \left( \frac{h}{k_s} \right) - 1 \right) + 2,5 \ln \left( \frac{1}{0,033 + \frac{0,11}{Re_{*,d}}} \right) \quad [28]$$

und im sandrauen Bereich mit

$$\frac{u}{u_*} = 2,5 \left( \ln \left( \frac{h}{k_s} \right) - 1 \right) + (e^{-0,08 Re_{*,d}} 2,5 \ln Re_{*,d} + 5,25) + ((1 - e^{-0,08 Re_{*,d}}) 8,5) \quad [29]$$

### 3.5. Hydrodynamische Einlauflänge

Strömt ein Fluid aus einem Behälter in eine Rohrleitung, benötigt die Strömung nach Eintritt in die Rohrleitung eine bestimmte Länge, bis diese sich vollständig ausbildet. Der zurückgelegte Weg wird durch die hydrodynamische Einlauflänge  $L_{hy}$  beschrieben.

Nach Kleuker (1993) ist in der Nähe des Eintrittsquerschnitts die Grenzschichtdicke  $\delta$  gegenüber dem Rohrradius  $r$  klein. Bei beschleunigter Strömung kann die Entwicklung der Grenzschicht mit dem Gesetz für eine längst angeströmte, ebene Platte beschrieben werden.

Nach Prandtl (2012) weist die Strömung im Rohreintritt ein gleichförmiges Geschwindigkeitsprofil auf. Während die Strömungsgeschwindigkeit in Wandnähe wegen der Wandoberflächenreibung abgebremst wird, wächst diese stromabwärts mit zunehmendem Abstand zur Rohrwand wieder an. Bei gleichbleibendem Rohrquerschnitt nimmt die Geschwindigkeit  $u$  durch die Massenerhaltung in der Hauptströmung zu. Durch die Beschleunigung der Hauptströmung im Bereich der hydrodynamischen Einlauflänge  $L_{hy}$  nimmt der Druck in Strömungsrichtung ab und kann mit der Gleichung nach Bernoulli rechnerisch bestimmt werden:

$$\Delta p = \lambda \frac{\rho}{2} u^2 \frac{L}{d} \quad [30]$$

$\Delta p$      Druckverlust [Pa]

$L$        Rohrlänge [m]

Für ein kreisförmiges Rohr kann eine vollausgebildete laminare Strömung über das Hagen-Poiseuillesches-Gesetz beschrieben werden.

$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \eta L} \quad [31]$$

$Q$        Durchfluss [m<sup>3</sup>/s]

$r$        Rohrradius [m]

Wird die Druckgleichung nach Bernoulli [30] in die Gleichung der Hagen-Poiseuilles-Strömung [31] eingesetzt, zeigt sich, dass die hydrodynamische Einlauflänge  $L_{hy}$  von der Reynoldszahl und dem Rohrradius abhängig ist. Zur rechnerischen Bestimmung der hydrodynamischen Einlauflänge  $L_{hy}$  für laminare Strömungen werden die Gleichungen verschiedener Autoren in Tabelle 1 übersichtlich dargestellt.

Die Größe der hydrodynamischen Einlauflänge  $L_{hy}$  verändert sich mit laminarer oder turbulenter Strömung. Gegenüber laminarer Strömung findet bei turbulenter Strömung ein Impulsaustausch quer zur Strömungsrichtung statt und führt einer erheblich verkürzten hydrodynamischen Einlauflänge  $L_{hy}$ . In turbulenten Strömungen ist der Einfluss der Reynoldszahl  $Re$  auf die hydrodynamische Einlauflänge  $L_{hy}$  von geringer Bedeutung.

Tabelle 1: hydrodynamische Einlaufänge  $L_{hy}$  für laminare Strömungen

Schiller (1922)	$\frac{L_{hy}}{r} = 0,115 Re$
Kleuker (1993)	$\frac{L_{hy}}{d} = C Re$
Herwig (2004)	$\frac{L_{hy}}{r} = \frac{1,2}{1 + 0,224 Re/1,2} + 0,224 Re$
Herwig (2008)	$\frac{L_{hy}}{d} = \frac{0,6}{1 + 0,056 Re/0,6} + 0,056 Re$
Jirka, Lang (2009)	$\frac{L_{hy}}{d} = 0,05 Re$
Prandtl (2012)	$\frac{L_{hy}}{d} = 0,03 Re$

Die Bestimmung der hydrodynamischen Einlaufänge  $L_{hy}$  erfolgt hierbei nach der Grenzschichttheorie mittels längs angeströmter, ebener Platten:

$$\frac{\delta}{L} = \frac{3,46}{\sqrt{Re}} \quad [32]$$

und dem Gesetz nach Blasius.

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{1/4}} \quad [33]$$

In Tabelle 2 werden verschiedene Ansätze zur Ermittlung der hydrodynamischen Einlaufänge  $L_{hy}$  in turbulenter Strömung aufgezeigt.

Tabelle 2: hydrodynamische Einlaufänge  $L_{hy}$  für turbulente Strömungen

Kleuker (1993)	$\frac{L_h}{d} = 1,4(Re)^{0,25}$
Herwig (2004)	$\frac{L_h}{r} = 8,8 Re^{1/6}$
Herwig (2008)	$\frac{L_h}{d} = 4,4 Re^{1/6}$
Jirka, Lang (2009)	$\frac{L_h}{d} = 50$
Prandtl (2012)	$\frac{L_h}{d} = 60$

Die hydrodynamische Einlaufänge  $L_{hy}$  kann mit Hilfe des hydraulischen Radius  $r_{hy}$  auf die Gerinneströmung übertragen werden. Der Rohrdurchmesser wird hierbei durch vierfachen hydraulischen Radius  $r_{hy}$  ersetzt.

$$d = 4 r_{hy} = 4 \frac{A}{U} \quad [34]$$

### 3.6. Eigenschaften von Sedimenten

Bewegliche Gewässersohlen setzen sich häufig aus bindigen (Schluff, Ton, ...) oder nichtbindigen (Sand, Kies, ...) Böden zusammen. Ob Sedimenttransport stattfindet, hängt nicht nur vom Strömungscharakter selbst ab, sondern auch von den Eigenschaften der anzutreffenden Sohlsedimente. Die für den Bewegungsbeginn maßgebenden, beschreibenden Eigenschaften für einzelne Sedimente sind die

- Kornform und -rauigkeit SF
- Korndichte  $\rho_s$
- Korngröße d

Die Körner an der Sohle beeinflussen über ihre Form und Rauigkeit die wandnahe Strömung, aber auch die Bewegung von Sedimentpartikeln innerhalb dieser Strömung. Körner können kugelig bis flach (vgl. Abbildung 3) in Erscheinung treten sowie eine glatte bis scharfkantige Oberfläche (vgl. Abbildung 4) haben. Die Kornform kann über die Größe der jeweiligen Ausdehnung in Raumachsen als Formbeiwert SF charakterisiert werden, wobei die Länge c den kleinsten Wert der drei Abmessungen darstellt.

$$SF = \frac{c}{\sqrt{ab}} \quad [35]$$

SF      Formbeiwert [-]

a,b,c    Längen des Korns in den drei Raumachsen [m]

Kugelförmige Partikel weisen hierbei einen Formbeiwert SF von 1 auf, während natürlicher Sand nach García (2008) in etwa mit einem Wert von 0,7 übereinstimmt.

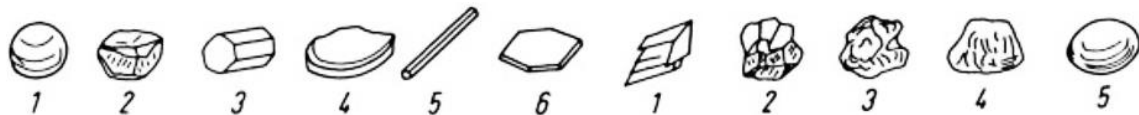


Abbildung 3: Kornform: 1 kugelig, 2 gedrunen, 3 prismatisch, 4 plattig, 5 stäbchenförmig, 6 plättchenförmig (Witt 2009)

Abbildung 4: Kornrauigkeit: 1 scharfkantig, 2 kantig, 3 rundkantig, 4 gerundet, 5 glatt (Witt 2009)

Die tatsächliche Dichte  $\rho_s$  von Körnern ist innerhalb von Fluiden infolge der Auftriebskraft reduziert, hat aber für den Bewegungsbeginn eine nicht unerhebliche Bedeutung. Leichtere, kohäsionslose Körner können mit einer niedrigeren Strömungsintensität in Bewegung gebracht werden als Körner mit einer höheren Dichte. Für natürlich vorkommenden Quarzsand wird üblicherweise eine Korndichte  $\rho_s$  von  $2650 \text{ kg/m}^3$  angenommen.

Als wichtigste Eigenschaft für den Bewegungsbeginn gilt die Korngröße d. Die Korngröße unterteilt das Sediment in rollige, nicht-bindige Böden oder in kohäsive, bindige Böden. Die Körner einer Sohle können entweder mit einheitlichem Durchmesser als Einkornsand oder mit voneinander abweichenden Durchmessern als Korngemisch auftreten. In natürlichen Gewässern ist üblicherweise ein Korngemisch anzutreffen. Um das Verhalten der Körner innerhalb einer Strömung zu beschreiben, muss für ein Korngemisch eine repräsentative Korngröße, der maßgebende Korndurchmesser  $d_m$ , ermittelt werden.

Für bindige Böden wie Schluff oder Ton sind die Korngröße und das Korngewicht gegenüber der Kohäsion vernachlässigbar. Hierbei ziehen sich die feinkörnigen Partikel infolge chemischer Kräfte an und haften aneinander.

### 3.7. einwirkende Kräfte

Die auf ein einzelnes Korn wirkenden Kräfte sind die Druckkraft  $FD$ , das Eigengewicht unter Auftrieb  $FG'$  und die Liftkraft  $FL$ . Die Druckkraft  $FD$  wirkt in Strömungsrichtung auf die angeströmte Stirnfläche eines Einzelkorns. Dabei wird angenommen, dass die einzelnen Partikel eine Kugelform aufweisen. Da die Partikel teilweise oder vollständig in eine Gewässersohle eingebunden sein können, berücksichtigt Zanke (2001) das Ausmaß der Exponierung  $E$ . Für ein vollständig in die Gewässersohle eingebundenes Partikel ist als Grad der Exponierung null anzusetzen. Ist das Partikel dagegen der Strömung völlig ausgesetzt, wird der Grad der Exponierung zu eins.

$$FD = c_D \rho \frac{1}{2} u^2 AE = c_D \rho \frac{1}{2} u^2 \frac{\pi}{4} d^2 E \quad [36]$$

$FD$      Druckkraft [N]

$E$      Grad der Exponierung [-]

$c_D$      Widerstandsbeiwert [-]

Nach García (2008) ist der Widerstandsbeiwert  $c_D$  eine Funktion von der Reynoldszahl des Korns  $Re_p$

$$c_D = c_D(Re_p) \quad [37]$$

und kann mit der bekannten Reynoldszahl des Korns  $Re_p$  über die Gl. [39] bestimmt werden.

$$Re_p = \frac{u_s d}{\nu} \quad [38]$$

$Re_p$      Reynoldszahl des Korns [-]

$u_s$      auf das Korn wirkende mittlere Geschwindigkeit [m/s]

$$c_D = \frac{24}{Re_p} (1 + 0,152 Re_p^2 + 0,0151 Re_p) \quad [39]$$

Die Kraft  $FG'$  ist das Eigengewicht eines einzelnen Korns unter Auftrieb und wirkt in Richtung der Erdbeschleunigung  $g$ .

$$FG' = (\rho_s - \rho)gV = (\rho_s - \rho)g \frac{\pi d^3}{6} \quad [40]$$

$FG'$      Eigengewicht eines Partikels unter Auftrieb [N]

$V$      Volumen einer Kugel [m<sup>3</sup>]

Die Liftkraft  $FL$  wirkt dem Eigengewicht eines Partikels unter Auftrieb  $FG'$  entgegen und ist normal zur Strömungsrichtung und der Gewässersohle gerichtet.

$$FL = c_{FL} \frac{\rho}{2} u^2 A = c_{FL} \frac{\rho}{2} u^2 \frac{\pi}{4} d^2 \quad [41]$$

FL      Liftkraft [N]

$c_{FL}$       Liftkraftbeiwert [-], nach García (2008)  $c_L = 0,85c_D$

Nach Zanke (2001) werden die Liftkräfte FL entweder durch turbulenz erzeugte Druckdifferenzen  $\Delta p$  oder durch dynamischen Auftrieb verursacht. Bei stark exponierten Sedimentpartikeln ist der zurückgelegte Weg der Strömung an der Partikeloberseite wesentlich länger und verursacht zwischen der Partikelunterkante und der Partikeloberkante eine Druckdifferenz  $\Delta p$  und somit einen dynamischen Auftrieb. Bei teilweise bis vollständig in die Gewässersohle eingebetteten Partikeln ist der dynamische Auftrieb vernachlässigbar. Bei einer wirbelbehafteten Strömung treten auf Grund von Geschwindigkeitsschwankungen am Sedimentpartikel Druckdifferenzen  $\Delta p$  auf.

Wird um den Kippunkt eines Partikels ein Momentengleichgewicht erstellt, wird eine transportkritische Größe erhalten. Im vorliegenden, zweidimensionalen Ansatz besitzt ein Partikel einen Kippunkt, während für ein dreidimensionales Momentengleichgewicht zwei Kippunkte erforderlich sind. Luckner (2002) definiert als Abstand zwischen dem Schwer- und Kippunkt eines Partikels normal zur Gewässersohle einen Hebelarm a und parallel zur Sohle einen Hebelarm b. Die Druckkraft FD kann hierbei auch als  $\pi d^2$  geschrieben werden. Ist die Sohle um  $\alpha \neq 0$  geneigt, ergibt sich nach Luckner (2002) folgendes Momentengleichgewicht:

$$a(FD + FG' \sin \alpha) = b(FG' \cos \alpha - FL) \quad [42]$$

a      Hebelarm normal zur Sohle

b      Hebelarm parallel zur Sohle

$\alpha$       Winkel Sohlneigung

Bei einer ebenen Sohle wird  $\alpha = 0$  und das Momentengleichgewicht vereinfacht sich zu:

$$aFD = b(FG' - FL) \quad [43]$$

Je nachdem ob das angreifende oder widerstehende Moment überwiegt, bewegt sich das betrachtete Partikel oder bleibt liegen.

Partikel in Bewegung:

$$aFD > b(FG' - FL) \quad [44]$$

Partikel im Ruhezustand:

$$aFD < b(FG' - FL) \quad [45]$$

Für eine laminare Strömung kann infolge der fehlenden Turbulenz die Liftkraft FL vernachlässigt werden. Sobald innerhalb einer laminaren Strömung die Druckkraft  $FD = \pi d^2$  anstelle der Gewichtskraft  $FG'$  des Partikels vorherrscht, kommt es zum Bewegungsbeginn.

$$aFD = bFG'$$

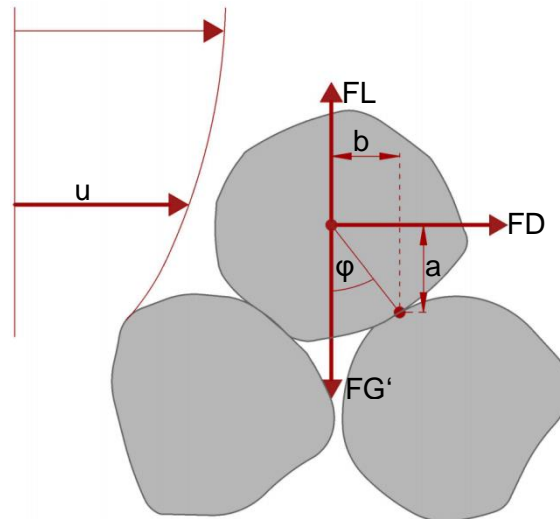


Abbildung 5: einwirkende Kräfte

Überschreitet die Böschung bei einer Anhäufung von Partikeln eine bestimmte Neigung, so kommt es zum Versagen und die überschüssigen Partikel rutschen hangabwärts. Diese Neigung wird als Böschungswinkel bezeichnet. Der Winkel der inneren Reibung  $\varphi$  beschreibt die mechanische Beweglichkeit der Partikel und entspricht nach Zanke (2001) üblicherweise bei Sand dem Böschungswinkel. Bei sehr feinen Partikeln wird der Winkel der inneren Reibung  $\varphi$  durch kohäsive Effekte erhöht.

### 3.8. Bewegungsbeginn

Sobald die auf das Korn einwirkenden Kräfte den widerstehenden Kräften entsprechen, können einzelne Sedimentpartikel vom ruhenden zum bewegenden Zustand übergehen. Dieser Grenzzustand wird üblicherweise über die kritischen Größen

- Schubspannung  $\tau_c$
- Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_{*,c}$
- mittlere Strömungsgeschwindigkeit  $u_c$

ausgedrückt. Gegenüber der mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_c$  hat die Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_{*,c}$  den Vorteil, dass der Einfluss der Turbulenz, Sohlrauigkeit und der Fließtiefe berücksichtigt wird. Zudem bildet die mittlere Strömungsgeschwindigkeit  $u_c$  die tatsächliche Strömungsgeschwindigkeit an der Sohle nicht ab und erfordert umfangreiche Naturmessungen in der Sohlhöhe.

Unterhalb des Grenzzustandes findet keine Bewegung statt. Wird die kritische Größe erreicht, rollen oder rutschen einzelne Sedimentpartikel stoßweise über die Gewässersohle. Mit anwachsen der kritischen Größe legen einzelne Sedimentpartikel kürzere Strecken springend zurück. Wird die kritische Größe stetig erhöht, können diese saltierenden Körner infolge der turbulenten Fluktuationen in die Hauptströmung gelangen und suspendieren.

Während bei rolligen Sedimente wie Sand oder Kies einzelne Körner in Bewegung geraten bewegen sich feinere Sediment wie Schluff und Ton auf Grund kohäsiver Kräfte gruppenweise.

In turbulenten Strömungen treten infolge turbulenzbedingter Wirbel zufällige Fluktuationen der Strömungsgeschwindigkeit  $u'$  und der Schubspannung  $\tau'$  auf und erzeugen Liftkräfte FL. Infolge der Fluktuationen ist die tatsächliche kritische Schubspannung  $\tau_c + \tau'$  und



---

Geschwindigkeit  $u_c + u'$  größer als die zeitlich gemittelten kritischen Größen. Zudem sind die Sedimentpartikel auf Grund der Liftkraft  $FL$  leichter. Neben der Turbulenz tritt als weiterer stochastischer Effekt die Lage der Sedimentpartikel zueinander auf. Liegt ein Korn auf anderen Körnern auf und ist der Strömung vollkommen ausgesetzt, bewegt es sich leichter als Körner mit derselben Größe, die in sich innerhalb einer Ebene befinden.

Auf Grund der stochastischen Natur des Bewegungsbeginns, ist deren Definition subjektiv vom Betrachter abhängig. Verschiedene Autoren haben versucht den Bewegungsbeginn zu charakterisieren und haben diesen in verschiedene Intensitäten unterteilt. Die einzelnen Intensitäten unterscheiden sich anhand der Anzahl der beobachteten Bewegungen während eines Zeitintervalls innerhalb eines Gebietes auf einer beweglichen Sohle.

Shields (1936) wendet in seiner maßgebenden Veröffentlichung als Kriterium zum Bewegungsbeginn die Definition zur schwachen Bewegung von Kramer (1932) und Casey (1935) an. Nachfolgend werden die Abgrenzungen zu den einzelnen Intensitäten der Bewegung nach Kramer (1932) und Casey (1935) vorgestellt.

Kramer (1932) unterscheidet zwischen vier verschieden starken Ausprägungen der Bewegung

- (1) keine: Partikel bewegen sich nicht
- (2) schwach: Zählbare Bewegung von wenigen oder einzelnen der feinsten Sandpartikel innerhalb einer begrenzten Fläche von  $1 \text{ cm}^2$
- (3) mittel: Die Bewegung von Sandpartikeln mit mittlerem Durchmesser  $d_m$  ist mit dem Auge nicht mehr zählbar und lässt sich nicht mehr lokal eingrenzen, ist aber noch nicht derart ausgeprägt, dass sich die Sohle verändert.
- (4) allgemein: Körner aller Größen sind überall und jederzeit in Bewegung

Casey (1935) führt eine feinere Abstufung und Quantifizierung der Intensitäten ein

- (1) keine: Partikel sind im Ruhezustand
- (2) einzeln: Bewegung von ein bis zwei Körner mit mittleren Durchmesser  $d_m$  innerhalb einer quadratischen Fläche mit einer Kantenlänge, die dem 500fachen des mittleren Korndurchmesser  $d_m$  entspricht
- (3) schwach: Bewegung von ein bis zwei Körnern mittleren Durchmessers  $d_m$  in einem quadratischen Gebiet mit einer Kantenlänge, die gleich dem 100fachen mittleren Korndurchmesser  $d_m$  ist
- (4) mittel: Definition nach Kramer (1932): nicht mehr zählbare und lokal eingrenzbare Bewegung von Körnern mit mittlerem Durchmesser  $d_m$ . Es findet keine Veränderung der Gewässersohle statt.
- (5) allgemein: Bestimmung mittels Messung der Geschiebemenge

Nach Vanoni (1975) stimmen die meisten Veröffentlichungen zum Bewegungsbeginn mit der Definition der schwachen Bewegung überein und passen zu den Annahmen von Shields. Auch lassen sich abweichende Messwerte teilweise auf die subjektive Bewertung des Bewegungsbeginns zurückführen.

### 3.9. Shields-Diagramm

Shields (1936) formulierte als maßgebende Kriterien zur Bestimmung des Bewegungsbeginns die

- Schubspannung  $\tau$
- Differenz zwischen der Dichte des Sediments  $\rho_s$  und des Fluids  $\rho$
- kinematische Viskosität  $\nu$
- Erdbeschleunigung  $g$

und reduzierte diese Einflussgrößen auf zwei Parameter. Der erste Parameter beschreibt die dimensionslose Schubspannung  $\tau_*$  als Verhältnis zwischen der Sohlschubspannung  $\tau_0$  und dem durch Auftrieb geminderten Korngewicht. Die kritische dimensionslose Schubspannung  $\tau_{*,c}$  kennzeichnet dabei die Grenze der Strömungsintensität, ab der die Sedimentpartikel ihre Lagestabilität verlieren.

$$\tau_* = \frac{\tau_0}{(\rho_s - \rho) g d_m} = \frac{u_*^2}{\rho' g d_m} = \frac{\rho r_{hy} I_s}{(\rho_s - \rho) g d_m} \quad [46]$$

$\tau_*$  dimensionslose Schubspannung [-]

$\rho'$  relative Dichte [-]

$$\rho' = \frac{(\rho_s - \rho)}{\rho} \quad [47]$$

Die dimensionslose Schubspannung  $\tau_*$  ist mit der Froudezahl des Korns  $Fr_*$  identisch und kann alternativ verwendet werden.

$Fr_*$  Froudezahl des Korns [-]

Der zweite Parameter bildet die kornbezogene Reynoldszahl  $Re_{*,d}$  ab. Er entspricht dem Verhältnis der äquivalenten Sandrauheit  $k_s$  zur Dicke der viskosen Unterschicht  $\delta$

$$Re_{*,d} = \frac{u_* d}{\nu} \quad [48]$$

$Re_{*,d}$  kornbezogene Reynoldszahl [-]

und ist nach Zanke (2001) gleichwertig mit der dimensionslosen Rauheitshöhe  $k_s^+$ .

$$k_s^+ = \frac{u_* k_s}{\nu} = 11,63 \frac{k_s}{\delta} \quad [49]$$

$k_s^+$  dimensionslose Rauheitshöhe [-]

Shields (1936) fand über experimentelle Versuche heraus, dass die dimensionslose Schubspannung  $\tau_*$  und die kornbezogene Reynoldszahl  $Re_{*,d}$  miteinander korrelieren und stellte diese Beziehung in einem Diagramm dar. Das Shields-Diagramm basiert auf umfangreichen Messungen, die teilweise eine starke Streuung aufweisen. Dies zeigt, dass keine scharfe Grenze zwischen der bewegten und der ruhenden Gewässersohle existiert, sondern infolge der zufälligen Lagerung der einzelnen Sedimentpartikel sowie der turbulenzbedingten Schwankungen der Schubspannung  $\tau$  der Bewegungsbeginn innerhalb eines großen Bereichs stattfindet. Diesen Bereich bildet Shields (1936) in seinem Diagramm durch ein breites Band

ab. Während sich oberhalb dieses Bands die Sedimentpartikel in Bewegung befinden, ist die Strömungsintensität unterhalb des Bands nicht genug ausgeprägt, um Bewegungsbeginn zu verursachen.

Bei ähnlichen Versuchen anderer Autoren ergeben sich bei den Ergebnissen Abweichungen, aber sie zeigen denselben Kurvenverlauf. Obwohl sich in verschiedenen Veröffentlichungen mit dem Shields-Diagramm wiederholt kritisch auseinander gesetzt wurde, wird es laut Zanke (1982) und Raudkivi (1982) üblicherweise bei Untersuchungen zum Bewegungsbeginn in Gewässern angewendet. Bisherige Untersuchungen zum Bewegungsbeginn in laminaren Strömungen sind in Tabelle 3 in übersichtlicher Form dargestellt. In der vorliegenden Arbeit werden nur Untersuchungen in klassischen Laborrinnen berücksichtigt, da diese einen vergleichbaren Versuchsaufbau aufweisen und für aktuellere Veröffentlichungen die Ergebnisse nur in graphischer Form zur Verfügung stehen.

Tabelle 3: Untersuchungen zum Bewegungsbeginn in laminaren Strömungen

Autor	d	P	Art	$\rho$	$\nu$	Rinne	$\tau_{*,c}$
[-]	[cm]	[g/cm <sup>3</sup> ]	[-]	[g/cm <sup>3</sup> ]	[cm <sup>2</sup> /s]	[-]	[-]
White (1940)	0,0025 ... 0,22	1,05 ... 2,60	Öl	n.b.	1,63 ... 1,69	Kanal	0,037 ... 0,288
White (1970)	0,0025 ... 0,22	2,65	Öl, Wasser	0,82 ... 0,998	0,01 ... 0,08	Kanal	0,067 ... 0,263
Mantz (1977)	0,0015 ... 0,0066	2,65	Wasser	0,998	0,01	Kanal	0,14 ... 0,23
Yalin und Karahan (1979)	0,056 ... 0,286	2,65	Glycerin/ Wasser	1,184 ... 1,261	0,22 ... 3,55	Kanal	0,0693 ... 0,178
Pilotti und Menduni (2001)	0,008 ... 0,3	2,44 ... 2,60	Glukose/ Wasser	0,998 ... 1,360	0,01 ... 3,18	Kanal	0,02 ... 0,27
Charru et al. (2004)	0,058	1,18	Silikonöl	0,95	0,205	Kreis- gerinne	0,12
Loiseleux et al. (2005)	0,009 ... 0,022	2,5	Wasser	1	0,01	Hele-Shaw- Zelle	const. = 0,14
Ouriemi et al. (2007)	0,0132 ... 0,0538	1,051 ... 2,49	Öl/ Wasser	0,999 ... 1,04	0,01 ... 0,3846	Glasrohr	const. = 0,12
Lobkovsky et al. (2008)	0,07	2,5	Kohlen- wasserstoff	1,026	0,243	Rechteck- rohr	0,3
Malverti et al. (2008)	0,0006 ... 0,0075	2,5	Wasser	1	0,01	Kanal	0,12
Agudo und Wierschem (2012)	0,0400 ... 0,0406	1,19 ... 14,95	Silikonöl	0,935 ... 0,965	0,106 ... 1,067	Rotations- rheometer	const. = 0,039

Da sowohl die dimensionslose Schubspannung  $\tau_*$  als auch die kornbezogene Reynoldszahl  $Re_{*,d}$  von der Schubspannung  $\tau$  abhängig sind, ergibt sich zwischen den beiden Parametern eine implizite Beziehung. Aus diesem Grund kann die kritische Schubspannung  $\tau_c$  nicht direkt aus dem Shields-Diagramm ermittelt werden, sondern muss iterativ bestimmt werden.

Mit der Einführung der dimensionslosen Korngröße  $D_*$  als Funktion der kornbezogenen Reynoldszahl  $Re_{*,d} = f(D_*)$  wird eine explizite Darstellung des Shields-Diagramms ermöglicht.

$$D_* = \left( \frac{Re_{*,d}^2}{\tau_*} \right)^{1/3} = d_m \left( \frac{\rho' g}{v^2} \right)^{1/3} \quad [50]$$

$D_*$  dimensionslose Korngröße [-]

Bereits kurz nach der Veröffentlichung des Shields-Diagramms (1936) wurde das Band, welches den Bereich des Bewegungsbeginns markiert durch eine Kurve ersetzt. Van Rhijn (1984) hat eine explizite Kurve in Abhängigkeit der dimensionslosen Korngröße  $D_*$  aufgestellt, die infolge neuer Messwerte verschiedener Autoren mehrfach modifiziert und von Zanke (2013) aktualisiert wurde.

$$\begin{aligned} D_* \leq 0,2 & \quad \tau_{*,c} = 0,082 D_*^{-0,8} \\ 0,2 < D_* \leq 2,5 & \quad \tau_{*,c} = 0,15 D_*^{-0,43} \\ 2,50 < D_* \leq 17 & \quad \tau_{*,c} = 0,17 D_*^{-0,58} \\ 17 < D_* \leq 24 & \quad \tau_{*,c} = 0,033 \\ 24 < D_* \leq 42 & \quad \tau_{*,c} = 0,0026 D_*^{0,8} \\ 42 < D & \quad \tau_{*,c} = 0,052 \end{aligned} \quad [51]$$

Entspricht die tatsächliche dimensionslose Schubspannung  $\tau_*$  der Shieldskurve, bewegen sich einzelne Körner mit einer zehnpromtigen Wahrscheinlichkeit. Das Bewegungsrisiko  $R$  ergibt sich nach Zanke (1990) aus dem Verhältnis der tatsächlichen  $\tau_*$  zur kritischen dimensionslosen Schubspannung  $\tau_{*,c}$ .

$$R = \left( 10 \left( \frac{\tau_*}{\tau_{*,c}} \right)^{-9} + 1 \right)^{-1} = \left( 10 \left( \frac{u}{u_c} \right)^{-18} + 1 \right)^{-1}$$

$R$  Bewegungsrisiko [%]

Für die Untersuchungen von Yalin und Karahan (1979) zum Bewegungsbeginn innerhalb laminarer Strömungen haben Garcia und Maza (2008) näherungsweise einen Kurvenverlauf nach [52] vorgeschlagen,

$$0,216 < D_{*,c} < 11,252 \quad \tau_{*,c} = \frac{0,1439}{D_{*,c}^{0,352}} + 0,0084 \exp - \left[ \frac{5,6243}{D_{*,c}} \right]^{9,21} \quad [52]$$

während sich für die Ergebnisse in turbulenten Strömungen eine Approximation nach [53] ergibt.

$$\begin{aligned} 0,1074 < D_{*,c} < 2,084 & \quad \tau_{*,c} = 0,137 D_{*,c}^{-0,377} \\ 2,084 D_{*,c} < 47,75 & \quad \tau_{*,c} = \frac{0,178}{D_{*,c}^{0,7303}} + 0,0437 e^{-\left[ \frac{31,954}{D_{*,c}+10} \right]^{2,453}} \\ D_{*,c} > 47,75 & \quad \tau_{*,c} = 0,045 \end{aligned} \quad [53]$$

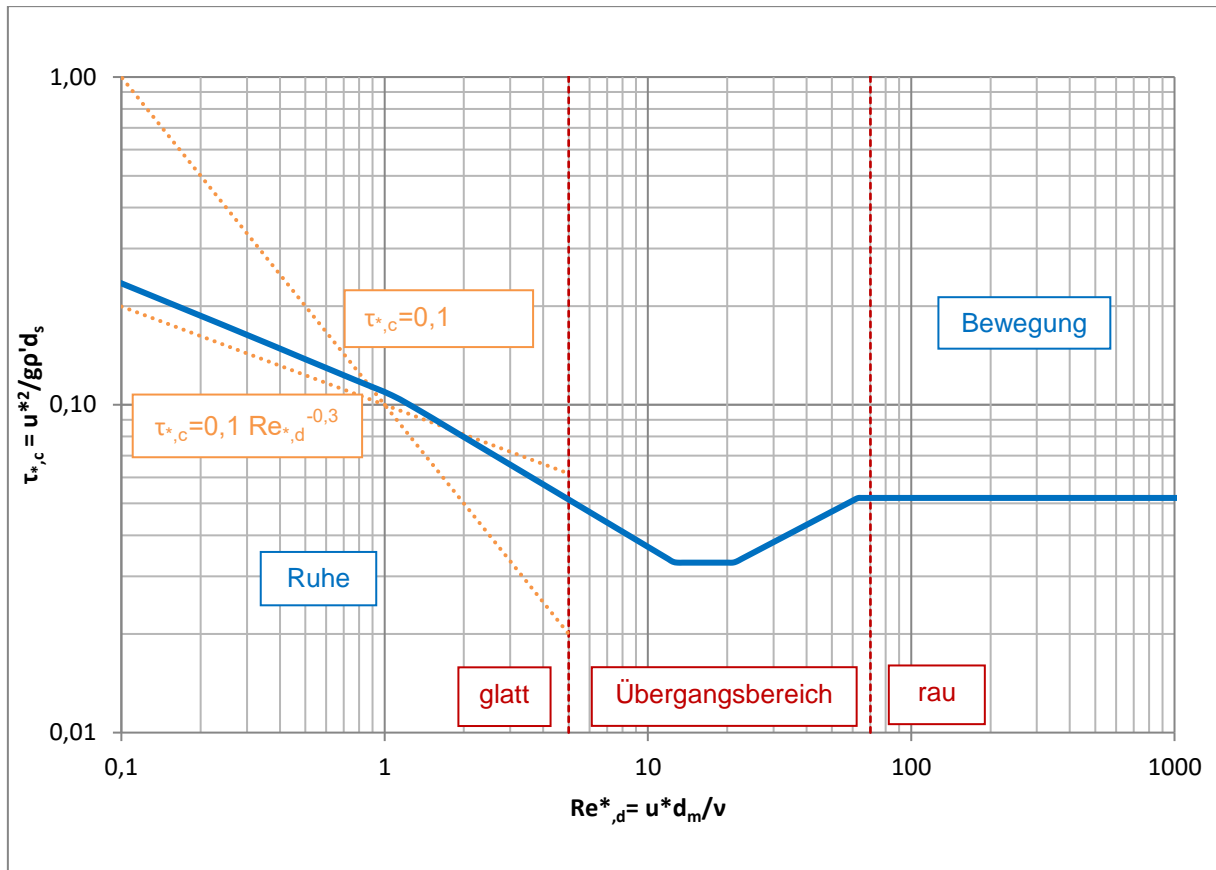


Abbildung 6: Shields-Diagramm mit Shieldskurve nach Zanke (2013)

Wie die Shields-Kurve zeigt, lässt sich das Shields-Diagramm in drei Bereiche untergliedern. Im ersten Bereich ist die Dicke der viskosen Unterschicht  $\delta$  größer als der mittlere Korndurchmesser  $d_m$  und führt zu steigenden kritischen dimensionslosen Schubspannungen  $\tau_{*,c}$ . Dabei verhält sich der mittlere Korndurchmesser  $d_m$  mit abfallender Größe progressiv und wird nach Zanke (2001) bei kornbezogenen Reynoldszahlen  $Re_{*,d} < 0,5$  für bindige Böden wie Ton oder Schluff gegenüber der Kohäsion bzw. Adhäsion vernachlässigbar.

Die Gewässersohle entspricht hierbei einer hydraulisch glatten Sohle und der Bewegungsbeginn wird durch Zähigkeits- bzw. Kohäsionskräfte dominiert. Da im ursprünglichen Shields-Diagramm für diesen Bereich nur sehr wenige Messungen vorhanden waren, wurde anfänglich mit

$$\tau_{*,c} = 0,1 Re_{*,d}^{-1} \quad [54]$$

ein zu steiler Anstieg der kritischen dimensionslosen Schubspannung  $\tau_{*,c}$  angenommen. Durch die Messungen von Mantz (1977) sowie Yalin und Karahan (1979) ergaben sich mit

$$\tau_{*,c} = 0,1 Re_{*,d}^{-0,3} \quad [55]$$

deutlich kleinere kritische dimensionslose Schubspannungen  $\tau_{*,c}$ . Im dritten Bereich verläuft die kritische dimensionslose Schubspannung  $\tau_{*,c}$  parallel zur Abszisse und zeigt zur kornbezogenen Reynoldszahl  $Re_{*,d}$  keine Abhängigkeit. Im hydraulisch rauen Bereich sind die Sedimentpartikel wesentlich größer als die viskose Unterschicht  $\delta$  und sind den turbulenzbedingten Wirbeln vollständig ausgesetzt. Hierbei sind die viskosen Kräfte

---

untergeordnet und der Bewegungsbeginn ist allein durch Druck-, Trägheits- und Schwerkräfte bedingt.

Der zweite, mittlere Bereich bildet den Übergang zwischen der hydraulisch glatten und rauen Sohle ab. Hierbei sind für den Bewegungsbeginn gegenüber den anderen beiden Bereichen nur geringe kritische, dimensionslose Schubspannung  $\tau_{*,c}$  erforderlich. Im Übergangsbereich sind nichtbindige Böden wie Sand oder Kies vorzufinden.

---

## 4. Versuchsaufbau

---

### 4.1. Bestimmung der geotechnischen Eigenschaften

Damit während den Untersuchungen zum Bewegungsbeginn vergleichbare Verhältnisse vorliegen, war es erforderlich, dass die Einzelkörner des verwendeten Sandes gleiche Korngrößen aufweisen. Um dies zu gewährleisten wurde zu Beginn der Arbeit eine aufwendige Siebung durchgeführt. Anschließend wurde der gesiebte Sand über geotechnische Versuche charakterisiert. Hierbei wurde der maßgebende Korndurchmesser  $d_m$  am wasserbaulichen Forschungslabor und die Korndichte  $\rho_s$  sowie Lagerungsdichte  $D$  an der Versuchsanstalt für Geotechnik der Technischen Universität Darmstadt ermittelt. Zusammenfassend haben die geotechnischen Untersuchungen folgende Kennwerte ergeben:

- mittlere Korngröße  $d_m$  1,105 mm
- Korndichte  $\rho_s$  2,639 g/cm<sup>3</sup>
- lockerste Lagerungsdichte min  $\rho_d$  1,395 g/cm<sup>3</sup>
- dichteste Lagerungsdichte max  $\rho_d$  1,606 g/cm<sup>3</sup>

Diese Werte wurden für die Berechnungen der transportkritischen Größen verwendet. Laut EN ISO 14688-1 entspricht die mittlere Korngröße  $d_m$  von 1,105 mm einem Grobsand. Die ermittelte Korndichte  $\rho_s$  von 2,639 g/cm<sup>3</sup> ist dem üblichen Rechenwert von 2,65 g/cm<sup>3</sup> für Quarzsand ähnlich. Die Werte der lockersten min  $\rho_d$  und dichtesten Lagerungsdichte max  $\rho_d$  liegen, in Abhängigkeit davon, wie die Körner zueinander gelagert sind, innerhalb einer mittleren bis dichten Lagerungsdichte  $D$ .

Die Versuchsprotokolle zur Bestimmung der Korndichte  $\rho_s$  (Anlage 1) sowie der lockersten min  $\rho_d$  und dichtesten Lagerungsdichte max  $\rho_d$  (Anlage 2) können dem Anhang entnommen werden. Die Korngrößenverteilung und weitere statistische Werte zum Korndurchmesser sind unter 4.1.1 erläutert. Das Protokoll der Siebanalyse ist als Anlage 3 angefügt. Auch werden in 4.1.1 bis 4.1.3 die durchgeführten Versuche näher beschrieben.



Abbildung 7: für die Untersuchungen verwendeter Grobsand



#### 4.1.1. Korngrößenverteilung

Da die einzelnen Sedimentpartikel einer Gewässersohle in Größe, Form und Rauheit heterogen sind, ist es notwendig die Eigenschaften der Sohlsedimente charakteristisch über den Korndurchmesser abzubilden. Bei Vanoni (1975) wird zwischen drei verschiedenen Korndurchmessern unterschieden:

- Siebdurchmesser
- Sedimentationsdurchmesser
- Nominaldurchmesser

Üblicherweise wird für die Bestimmung der Korngröße  $d$  von Sand der Siebdurchmesser verwendet. Der Siebdurchmesser definiert sich aus den Kantenlängen einer quadratischen Siebmaschenweite, die ein Partikel passieren kann. Die Sinkgeschwindigkeit  $w$  von Sand und die Größe  $d$  einzelner Ton- und Schluffpartikel erfordern den Sedimentationsdurchmesser als fiktiven Rechenwert. Beim Sedimentationsdurchmesser entspricht das Sandkorn bzw. Schluff-/Tonpartikel einer Kugel mit identischer Dichte  $\rho_s$  und Endfallgeschwindigkeit  $w$  in derselben Flüssigkeit. Beim Nenndurchmesser weist eine Kugel dasselbe Volumen  $V$  eines Sedimentpartikels auf. Der Nenndurchmesser ist beim Sedimenttransport von untergeordneter Bedeutung.

Für die Untersuchungen zum Bewegungsbeginn wurde der Korndurchmesser  $d$  als Siebdurchmesser über eine Siebanalyse nach DIN 18123 bestimmt. Hierbei wurde der verwendete Grobsand in elf Kornklassenbreiten unterteilt:

- |                      |                      |                      |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| ○ 1,600 bis 1,250 mm | ○ 0,900 bis 0,800 mm | ○ 0,250 bis 0,125 mm |
| ○ 1,250 bis 1,120 mm | ○ 0,800 bis 0,710 mm | ○ 0,125 bis 0,063 mm |
| ○ 1,120 bis 1,000 mm | ○ 0,710 bis 0,500 mm | ○ 0,063 bis 0,001 mm |
| ○ 1,000 bis 0,900 mm | ○ 0,500 bis 0,250 mm |                      |

Die Ausdehnung der Kornklassenbreite wird durch die Maschenweite der Prüfsiebe zur angrenzenden Kornklassenbreite unterteilt. Das feinste Sieb mit 0,063 mm trennt den Sand vom Schluff. Die Siebe werden mit absteigender Größe der Maschenweite auf eine Auffangschale aufgebracht. Der Grobsand wird in das größte Sieb gegeben und anschließend mit einer Rüttelmaschine der Fa. Retsch über eine Dauer von 10 Minuten gesiebt. Da die Rüttelmaschine nur sechs Siebe aufnehmen kann, werden die elf Kornklassenbreiten über zwei Siebdurchgänge bestimmt. Im ersten Siebdurchgang wurden die Korngrößen von 1,600 bis 0,710 mm abgedeckt und die feineren Kornanteile im Auffangbehälter gesammelt. Die Restprobe aus dem Auffangbehälter wurde im zweiten Durchgang mittels feinerer Siebe mit einer Maschenweite von 0,710 bis 0,001 mm sortiert.

Nach Beenden der Siebung wird die Masse  $m_i$  der Siebrückstände für jedes einzelne Sieb gewogen und mit der Gleichung [56] die Summenkurve  $S_i$  als prozentualer



Abbildung 8: Siebanalyse

Siebdurchgang ermittelt. Der Siebdurchgang  $S_i$  entspricht der Kornverteilung, die den prozentualen Anteil einzelner Korngrößen  $m_i$  des untersuchten Grobsandes beschreibt.

$$S_i = 100 \left( 1 - \sum_{i=1}^i \frac{m_i}{m_0} \right) \quad [56]$$

$S_i$  Siebdurchgang [%]

$m_i$  Masse der Siebrückstände [g]

$m_0$  Gesamtmasse der Probemenge [g]

Die Kornverteilung wird üblicherweise graphisch mit logarithmischer Abszisse dargestellt.

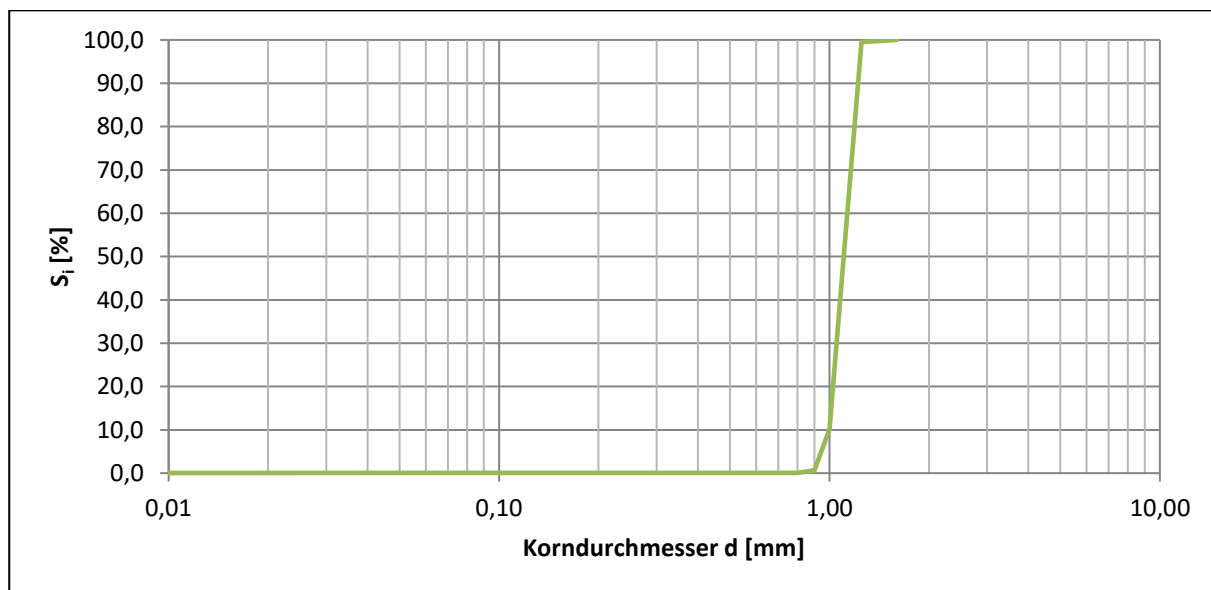


Abbildung 9: Kornverteilung

Der maßgebende Korndurchmesser  $d_m$  kann aus der Kornverteilung statistisch ermittelt werden und repräsentiert die Charakteristik des untersuchten Grobsandes. Ob die Körner des Grobsandes nahezu gleichförmig oder heterogen sind, zeigt sich in einer steilen Kornverteilung und über die Unförmigkeitszahl  $C_U$  nach EN ISO 14688-2.

$$C_U = \frac{d_{60}}{d_{10}} \quad [57]$$

$C_U$  Unförmigkeitszahl [-]

$U > 15$  sehr ungleichförmiger Boden

$U = 5 - 15$  ungleichförmiger Boden

$U < 5$  gleichförmiger Boden

$d_i$  Größe, bei der  $i$  % der Körner feiner sind.

Die Korngröße  $d_{60}$  kann aus der Kornverteilung abgelesen werden, in bei der Ordinate mit dem Wert 60 % eine parallele Linie zur Abszisse gezeichnet wird. Der Abszissenwert, bei der die Linie die Kornverteilung schneidet, ist der Korndurchmesser  $d_{60}$ .



Mit den Korndurchmessern  $d_{10} = 1,00 \text{ mm}$  und  $d_{60} = 1,13 \text{ mm}$  und [57] ergibt sich eine Unförmigkeitszahl  $C_U$  von 1,13, was einer sehr gleichförmigen Kornzusammensetzung entspricht. Bei gleichförmigen Sedimenten kann als maßgebender Korndurchmesser  $d_m$  der  $d_{50}$  angesetzt werden. Alternativ kann der maßgebende Korndurchmesser  $d_m$  nach Meyer-Peter und Müller bestimmt werden.

$$d_m = \frac{\sum d_i m_i}{100} \quad [58]$$

Für beide Varianten wird als maßgebender Korndurchmesser  $d_m$  der Wert 1,105 mm erhalten. Die Standardabweichung  $\sigma$  gibt an wie stark die Körner vom maßgebenden Korndurchmesser  $d_m$  abweichen.

$$\sigma = \sqrt{\frac{d_{84,1}}{d_{15,9}}} \approx \sqrt{\frac{d_{84}}{d_{16}}} \quad [59]$$

$\sigma$  Standardabweichung [-]

Mit den prozentualen Siebdurchgängen  $d_{16} \approx 1,02125$  und  $d_{84} \approx 1,1825$  ergibt sich eine Standardabweichung  $\sigma$  von 1,076. Nach Gacía (2008) ist die Standardabweichung  $\sigma$  für gleichförmige Sedimente gleich 1,0. Bis zu einer Standardabweichung  $\sigma$  von 1,3 gilt das Bodenmaterial als gut sortiert und kann als gleichförmiges Material betrachtet werden, während Werte  $\sigma > 1,6$  als schlecht sortierte Sedimente gelten.

#### 4.1.2. Korndichte $\rho_s$

Die Korndichte  $\rho_s$  ergibt sich aus dem Verhältnis der Masse  $m_d$  von Sedimentpartikeln im trockenen Zustand zum Kornvolumen  $V_k$ . Das Kornvolumen  $V_k$  beschreibt die räumliche Ausdehnung eines Bodens, einschließlich seiner Hohlräume.

Die Korndichte  $\rho_s$  wird nach DIN 18124 mittels eines Kapillarpyknometers ermittelt. Dazu wird das leere Pyknometer zunächst mit Wasser gefüllt und im leeren sowie gefüllten Zustand gewogen. Das gesamte Wasser, welches während der Korndichtebestimmung verwendet wird, wurde vorher destilliert und entlüftet. Das Pyknometervolumen  $V_{pT}$  ergibt sich aus der Masse des Wassers  $m_{wT}$  zur Dichte des Wassers  $\rho_{wT}$ . Die Masse des Wassers  $m_{wT}$  erhält man aus der Massendifferenz des leeren  $m_p$  und gefüllten  $m_p + m_{wT}$  Pyknometers. Die Dichte des Wassers bei einer Temperatur  $T$  kann der Tabelle 1 in der DIN 18124 entnommen werden.

$$V_{pT} = \frac{m_{wT}}{\rho_{wT}} \quad [60]$$

$V_{pT}$  Volumen eines Kapillarpyknometers bei einer Temperatur  $T$  [ $\text{cm}^3$ ]

$m_{wT}$  Masse des Wassers bei einer Temperatur  $T$  [g]

$\rho_{wT}$  Dichte von Wasser bei einer Temperatur  $T$  [ $\text{g}/\text{cm}^3$ ]

Anschließend wird die trockene Probe des Sediments mit der Masse  $m_d$  in das Pyknometer gegeben und der verbleibende Rauminhalt mit Wasser aufgefüllt. Hierbei ist zu beachten, dass eventuelle Lufteinschlüsse mit einer Vakuumpumpe entfernt werden müssen. Im nächsten Schritt wird das mit Wasser und dem Sediment gefüllte Kapillarpyknometer gewogen und das Volumen des Wassers  $V_{wT}$  berechnet.

$$m_2 = m_p + m_d + m_{wT} \quad [61]$$

$m_2$  Masse des mit Wasser und Sediment gefüllten Pyknometers [g]

$m_p$  Masse des Kapillarpyknometers [g]

$$V_{wT} = \frac{m_{wT}}{\rho_{wT}} = \frac{m_2 - (m_p + m_d)}{\rho_{wT}} \quad [62]$$

$V_{wT}$  Volumen des Wassers bei einer Temperatur T [cm<sup>3</sup>]

Das Kornvolumen  $V_k$  ergibt sich aus der Volumendifferenz des leeren Pyknometers  $V_{pT}$  und dem Wasser  $V_{wT}$ .

$$V_k = V_{pT} - V_{wT} \quad [63]$$

Damit ist die zur Bestimmung der Korndichte  $\rho_s$  benötigte Masse der trockenen Sedimentprobe  $m_d$  und das Kornvolumen  $V_k$  bekannt.

$$\rho_s = \frac{m_d}{V_k} \quad [64]$$

$V_k$  Kornvolumen [cm<sup>3</sup>]

$m_d$  Masse der trockenen Sedimentprobe [g]

#### 4.1.3. Dichte bei lockerster und dichtester Lagerung

Eine Kornverteilung gibt bei nichtbindigen Sedimenten keine Auskunft darüber, wie eng die einzelnen Partikel zueinander gelagert sind. Diese Information kann über die lockerste und dichteste Lagerung nach DIN 18126 erhalten werden.

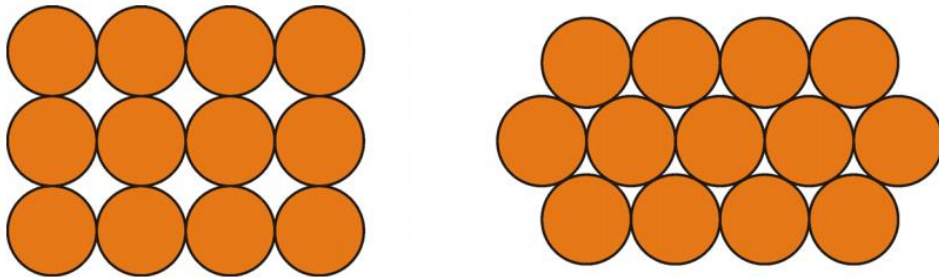


Abbildung 10: dichteste (links) und lockerste Lagerungsdichte (rechts) (Wehnert 2008)

Für die lockerste Lagerung wird das trockene Sediment vorsichtig in einen Versuchszylinder geschüttet und die eingebrachte Masse  $m_d$  gewogen. Aus der Masse der trockenen Sedimentprobe  $m_d$  kann mit einem Versuchszylindervolumen  $V_z$  die Dichte der trockenen Sedimentprobe  $\rho_d$  ermittelt werden.

$$\rho_d = \frac{m_d}{V_z} \quad [65]$$

$\rho_d$  Dichte der trockenen Sedimentprobe [g/cm<sup>3</sup>]

$m_d$  Masse der trockenen Sedimentprobe [g]

$V_z$  Volumen Versuchszylinder [cm<sup>3</sup>]

Nachdem dieser Vorgang fünfmal durchgeführt wurde, wird die Dichte  $\rho_d$  für die Einzelversuche arithmetisch gemittelt und ergibt die lockerste Lagerungsdichte  $\min \rho_d$ .

$$\min \rho_d = \frac{\sum \rho_d}{n} \quad [66]$$

$\min \rho_d$  lockerste Lagerungsdichte [g/cm<sup>3</sup>]

$n$  Anzahl der Wiederholungen [-]

Zu Beginn wird die Sedimentprobe aus der letzten Durchführung zur Bestimmung der lockersten Lagerungsdichte  $\min \rho_d$  verwendet, um die Dichte bei dichtester Lagerung  $\max \rho_d$  ausfindig zu machen. Ein Fünftel der Probenmenge wird in den Versuchszylinder gegeben, mit destilliertem Wasser befeuchtet und durch 30 Doppelschläge mit einer Schlaggabel verdichtet. Dieser Vorgang wird wiederholt bis die Bodenprobe vollständig in den Versuchszylinder eingebracht ist. Nach der Verdichtung der letzten Sedimentschicht wird das Wasser mittels einer Wasservakuumpumpe aus dem Versuchszylinder abgesaugt. Abschließend wird auf die entwässerte, verdichtete Probe eine Kopfplatte aufgelegt. Mit dem Abstand zwischen der jeweiligen Oberkante der Kopfplatte und dem Versuchszylinder, dem bekannten Volumen des Versuchszylinders  $V_z$  und der Kopfplatte kann das Volumen  $V$  der eingebrachten Sedimentprobe bestimmt werden. Wird die Masse der trockenen Sedimentprobe  $m_d$ , die bei der letzten Durchführung zur Bestimmung der lockersten Lagerungsdichte  $\min \rho_d$  gewogen wurde zum Probenvolumen  $V$  ins Verhältnis gesetzt, ergibt sich die dichteste Lagerungsdichte  $\max \rho_d$ .

$$\max \rho_d = \frac{m_d}{V} \quad [67]$$

$\max \rho_d$  dichteste Lagerungsdichte [g/cm<sup>3</sup>]

$V$  Probenvolumen [g/cm<sup>3</sup>]

Wird die lockerste  $\min \rho_d$  und dichteste Lagerungsdichte  $\max \rho_d$  der Lagerungsdichte  $D$  gegenübergestellt, entspricht der untersuchte Grobsand je nach Verdichtung in der Versuchsrinne einer lockeren bis mitteldichten Lagerungsdichte.

$$D = \frac{\rho_d - \min \rho_d}{\max \rho_d - \min \rho_d} \quad [68]$$

$D$  Lagerungsdichte

$D < 0,15$  sehr locker

$0,15 < D < 0,30$  locker

$0,30 < D < 0,50$  mitteldicht

$D > 0,50$  dicht

## 4.2. Versuchseinrichtung

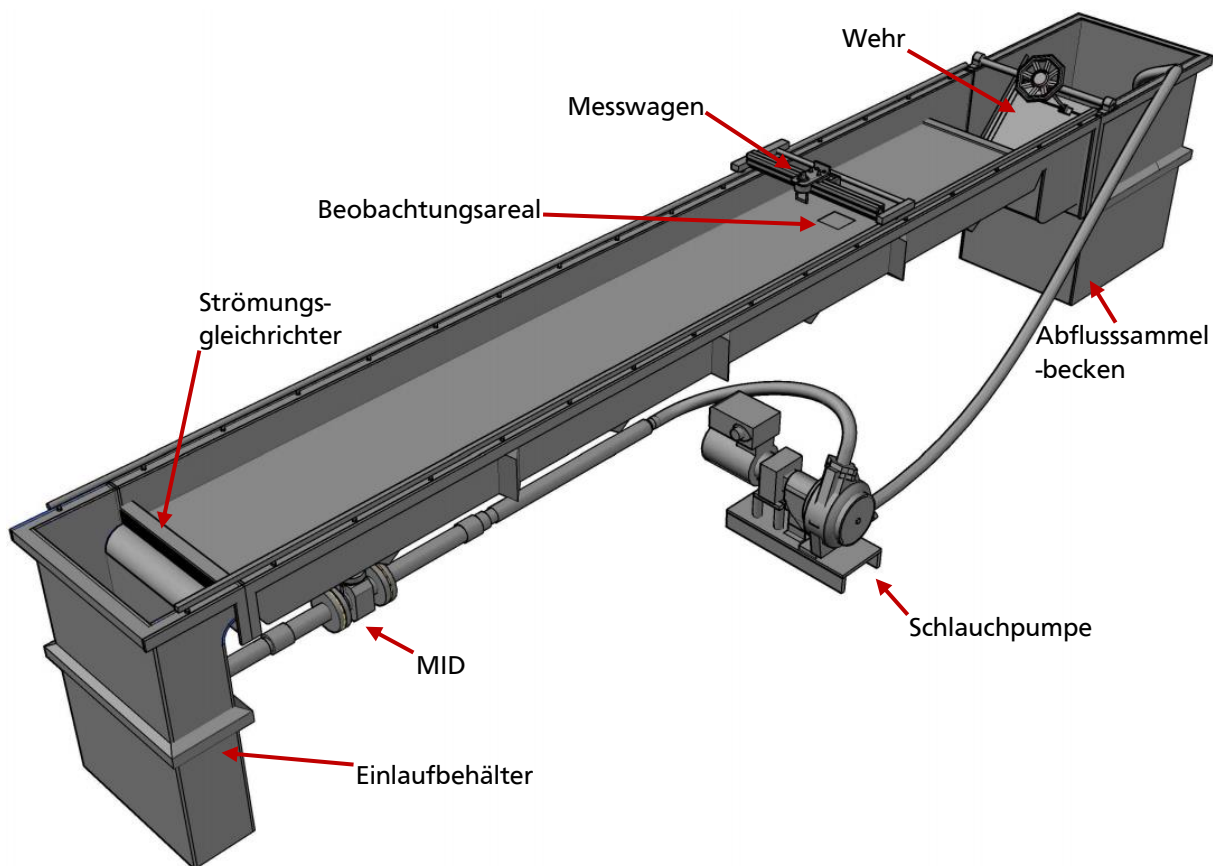


Abbildung 11: Versuchsrinne als parallele Projektion

Die Untersuchungen zum Bewegungsbeginn fanden in einer modifizierten Versuchsrinne der Fa. Armfield statt. Die Versuchsrinne besteht aus glasfaserverstärkten Kunststoff und lässt sich in drei Bereiche unterteilen:

- der Einlaufbehälter
- die Messstrecke
- der Abflusssammelbehälter

Das Fluid strömt über eine am Boden angebrachte Rohröffnung in den Einlaufbehälter, in der es sich beruhigt und aufgestaut wird. Erreicht oder übersteigt der Flüssigkeitspegel im Einlaufbehälter das Sohlniveau der Messstrecke, läuft die Flüssigkeit über einen Strömungsgleichrichter in die Messstrecke ein.

Der Strömungsgleichrichter setzt sich aus aneinander geschichteten Röhrchen zusammen und ist einer bienenwabenähnlichen Struktur zu vergleichen. Der Strömungsgleichrichter erfüllt während den Versuchen zwei wesentliche Aufgaben: Eckelmann (1997) beschreibt anschaulich, wie ein Strömungsgleichrichter die ankommende Strömung in viele einzelne Stromröhren unterteilt und diese zueinander parallel kanalisiert. Dabei vermindert der Strömungsgleichrichter Drehbewegungen und Querfluktuationen innerhalb der Flüssigkeit. Diese Störungen entstehen hauptsächlich, sobald die Flüssigkeit mit einer Pumpe in den Einlaufbehälter gefördert wird. Außerdem können sich am Rohreinlass Ablösewirbel bilden. Zusätzlich dämpft der Strömungsgleichrichter pumpenbedingte Wellen und

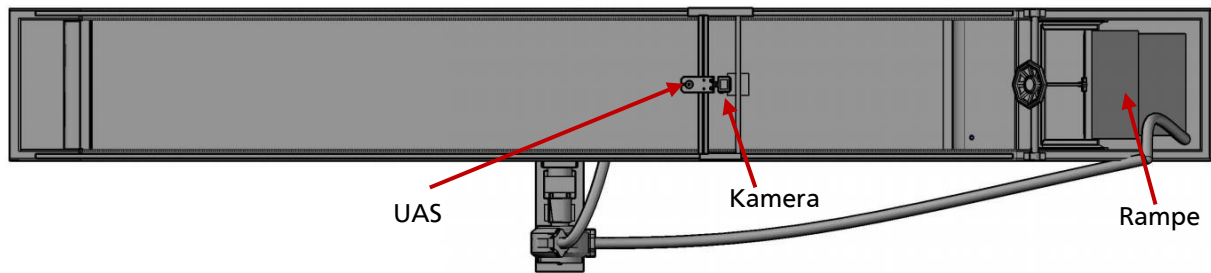


Abbildung 12: Draufsicht Versuchsrinne

Oberflächenschwankungen im Einlaufbehälter und verhindert so, dass diese auf die Messstrecke übertragen werden. Bis zu einer Glycerinkonzentration von etwa 80 Prozent verteilt der Strömungsgleichrichter die eingehende Strömung gleichmäßig über den Fließquerschnitt.

Nach Schütz (2013) weist ein Strömungsgleichrichter die beste Wirkung auf, wenn die Strömung innerhalb des Strömungsgleichrichters eine Reynoldszahl  $Re$  von 2320 aufweist. Für die Röhrchenlänge empfiehlt Prandtl laut Eckelmann (1997) den vier- bis siebenfachen Röhrchendurchmesser. Ursprünglich wurde der Strömungsgleichrichter für Untersuchungen mit geringer Glycerinkonzentration ausgelegt, da hier der größte Handlungsbedarf gesehen wurde. Für höhere Glycerinkonzentrationen wurde angenommen, dass die Störungen und Fluktuationen infolge der hochviskosen und laminaren Strömung nur geringfügig ausgeprägt sind.

Unter der Annahme einer neigbaren Messstrecke und einer anfänglich angestrebten Fließtiefe  $h$  von etwa 0,1 m wurde bei einer kinematischen Viskosität  $\nu$  von  $1 \times 10^{-6}$  eine Strömungsgeschwindigkeit  $u$  von 0,464 m/s erwartet. Im weiteren Verlauf der Arbeit wurden aus Zeitgründen und den zur Verfügung stehenden Versuchseinrichtungen die ursprüngliche Aufgabenstellung angepasst und die Einrichtung einer neigbaren Messstrecke verworfen. Mit diesen überschlägig bestimmten Eingangswerten ergibt sich mit einer Reynoldszahl von 2320 und der Gl. [3] ein erforderlicher Röhrchendurchmesser von 0,005 m. Für einen siebenfachen Röhrchendurchmesser erhält man eine Röhrchenlänge von 0,035 m. Als Ausgangsmaterial wurden Luftballonhaltestäbe aus Kunststoff gewählt. Da sich die Röhrchenlänge von 0,035 m beim Zuschneiden mit den vorhandenen Maschinen als problematisch erwiesen hat, wurde eine endgültige Länge von 0,05 m erforderlich. Um mögliche Ablöseerscheinungen zu reduzieren, sind die Kanten der Ein- und Ausströmquerschnitte abgefast. Bei einer Breite von 0,60 m und einer Höhe von etwa 0,060 m setzt sich der Strömungsgleichrichter aus etwa 1.450 Röhrchen zusammen.

Die Messstrecke ist nicht neigbar, besitzt eine Länge von 4 m sowie eine Breite von 0,607 m und einen maximalen Sohlabstand  $y$  von ca. 0,14 m. Auf der seitlichen Umgrenzung der Messstrecke sind in Längsrichtung höhenverstellbare Aluminiumschienen montiert, über die ein Messwagen in bzw. entgegen der Strömungsrichtung bewegt werden kann. Die Neigung und Höhe der Schienen wurden für die Untersuchungen derart ausgerichtet, dass diese parallel mit konstantem Abstand zu einem ruhenden Wasserspiegel verlaufen. Die Messstrecke selbst endet mit einer breitkronigen Schwelle, an der ein Abflusssammelbehälter anschließt. Um eine Entwässerung des Grobsandes zwischen den einzelnen Versuchsdurchgängen zu gewährleisten, ist die Sedimentüberdeckung auf eine aufgeständerte Plexiglasplatte aufgebracht, in die am Ende der Messstrecke eine verschließbare Ablauföffnung eingearbeitet ist, die wiederum mit

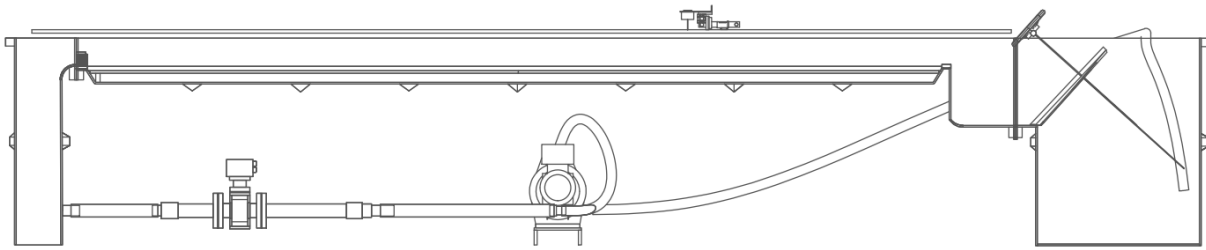


Abbildung 13: vertikaler Schnitt der Versuchsrinne

dem Versuchsrinnenkreislauf verbunden ist. Die Dicke der Sohle beträgt im Mittel 0,02 m. Um den Bewegungsbeginn zwischen den einzelnen Körnern mit hoher Genauigkeit zu beurteilen, wird ein nahezu einheitlicher Grobsand verwendet und eine ebene Sohle hergestellt. Nach Mantz (1977) gilt eine Sohle als eben, sobald die Oberflächenunebenheiten nicht mehr als einen maßgebenden Korndurchmesser  $d_m$  vom arithmetischen Mittelwert der Sohlhöhe überschreiten. Zum Abziehen der Sohle wird an den Messwagen ein Blech mit einer Umschlagkante montiert. Die Umschlagkante an dem Abziehblech soll die Lagerung der oberflächennahen Körner vereinheitlichen, damit die Bewegung exponierter Körner vor dem eigentlichen Bewegungsbeginn vermieden wird.

Neben dem Erstellen der Sohle wird der Messwagen sowohl zum Messen der Fließtiefe und Sohlungenauigkeiten als auch zur Dokumentation des Bewegungsbeginns verwendet. Die Tiefenvarianzmessungen werden mit einem Ultraschallabstandssensor (UAS) der Fa. Dr. D. Wehrhahn durchgeführt. Hierbei wird vor der Versuchsdurchführung zunächst der Abstand zwischen der ebenen Sohle und dem UAS bestimmt und arithmetisch gemittelt. Die Messungen werden beginnend in einer Entfernung von 0,3 m zum Strömungsgleichrichter in gleichmäßigen Abständen von 0,5 m ausgeführt. Stellt sich während der Versuchsdurchführung für die vorgegebenen Strömungsverhältnisse ein Bewegungsbeginn ein, wird bei denselben Messpunkten der Abstand zwischen der Fluidoberfläche und dem UAS gemessen. Anschließend wird aus der Differenz zwischen dem arithmetisch gemittelten Sohlabstand und dem lokalen Fluidoberflächenabstand zum UAS die Fließtiefe  $h$  berechnet. Aus der Fließtiefe  $h$  zweier angrenzender Messpunkte wird abschnittsweise das Fließgefälle  $I_{WSP}$  bestimmt. Damit einzelne, lokal exponierte Körner innerhalb der ebenen Sohle die nachfolgenden Berechnungen nicht unverhältnismäßig stark beeinflussen, wird für die Bestimmung der Fließtiefe  $h$  und des Wasserspiegelgefälles  $I_{WSP}$  der arithmetisch gemittelte Sohlabstand verwendet. Während der Versuchsdurchführung dokumentiert eine am Messwagen installierte Kamera die Sohle. Die Kamera, eine Hero 4 Silver der Fa. GoPro, nimmt hierbei in einem Zeitraffer von 10 Sekunden Bilder mit einer Auflösung von 7 Megapixel auf.

Der Abflusssammelbehälter setzt sich aus einem Sandfang, einem Wehr und einem Pumpensumpf zusammen. Über das scharfkantige Wehr kann das Oberflächengefälle der Strömung geregelt werden. Da beim Überströmen der Wehrkante ein Lufteintrag in das Fluid stattfand, bildete sich bei hohen Viskositäten innerhalb der Flüssigkeit eine Vielzahl an Luftbläschen, die sich nicht zeitnah abgebaut haben. Dies führte zu einer starken Trübung der Flüssigkeit und Veränderung der Stoffeigenschaften, die Untersuchungen zum Bewegungsbeginn nicht mehr ermöglichten. Der Einbau einer Rampe mit einer Länge von 0,60 m unterhalb der Wehrüberströmkante hat den Lufteintrag bei hohen Glycerinkonzentrationen minimiert.

Das Glycerin-Wasser-Gemisch strömt innerhalb der Versuchsrinne in einen Kreislauf. Der Kreislauf wird zwischen dem Pumpensumpf und dem Einlaufbehälter über eine





Abbildung 14: Versuchsrinne mit ebener Sohle

Schlauchpumpe der Delasco Z-Serie der Fa. PCM aufrechterhalten. Für Untersuchungen bei niedrigen Glycerinkonzentrationen wird die Schlauchpumpe um eine Tauchpumpe ergänzt, um die transportkritische Durchflussmenge  $Q_c$  zu gewährleisten. Im Nachlaufbereich der Pumpen ist zur Durchflussbestimmung jeweils ein magnetisch-induktives Durchflussmessgerät (MID) des Typs PROMAG 30 der Fa. Endress + Hauser installiert. Infolge der pulsierenden Wirkungsweise der Schlauchpumpe bildet sich ein zeitlich variierender Volumenstrom aus, der zu schwankenden Ablesewerten des Durchflusses  $Q$  führt. Mit dem Einfügen eines Filters in die Messsoftware wird der Wertebereich für eine erhöhte Genauigkeit auf 0 bis maximal 2 l/s eingeschränkt und die gemessenen Werte über einen Zeitraum von 30 Sekunden arithmetisch gemittelt. Damit ergeben sich ausreichend genaue Durchflusswerte  $Q$ .

#### 4.3. Glycerin-Wasser-Gemisch

Für die Untersuchungen zum Bewegungsbeginn wird als Fluid ein Glycerin-Wasser-Gemisch verwendet. Alternativ zu Glycerin standen anfänglich auch Glucose, Maltose und verschiedene Öle zur Auswahl, um die Viskosität von Wasser zu erhöhen. Aufgrund der farblosen und hygroskopischen Eigenschaft sowie einer vergleichsweise hohen dynamischen Viskosität  $\eta$  von etwa 1.500 cP bei 20 °C wurde neben Wasser Glycerin als weiteres Fluid gewählt. Das zur Verfügung gestellte Glycerin weist eine Konzentration von 99,5 Prozent auf. Ab einem Glycerinanteil von etwa 90 Prozent zeigt sich mit ansteigender Konzentration ein stark progressives Verhalten der Viskosität. Infolge dieser Stoffeigenschaft ergab sich während den Untersuchungen für das Glycerin bei einer Konzentration von 99,5 Prozent eine dynamische Viskosität  $\eta$  von 1.019 cP. Beginnend mit dieser Viskosität für den ersten Versuch wird der Wasseranteil für die weiteren Versuche schrittweise erhöht, was zur einer sinkenden Viskosität führt. Werden die während den Versuchen ermittelten dynamischen Viskositäten den Werten aus den Zahlentafeln von Landolt-Börnstein (1955) in Abbildung 15 gegenübergestellt, zeigt sich ein nahezu identischer Kurvenverlauf. Hierbei ist zu beachten, dass die Fluidtemperaturen für alle Versuchsdurchläufe nicht konstant waren, sondern je nach Raumtemperatur und Versuchsdauer einen Wert zwischen 18,1 °C und 21,8 °C aufgewiesen haben. Da die Viskosität

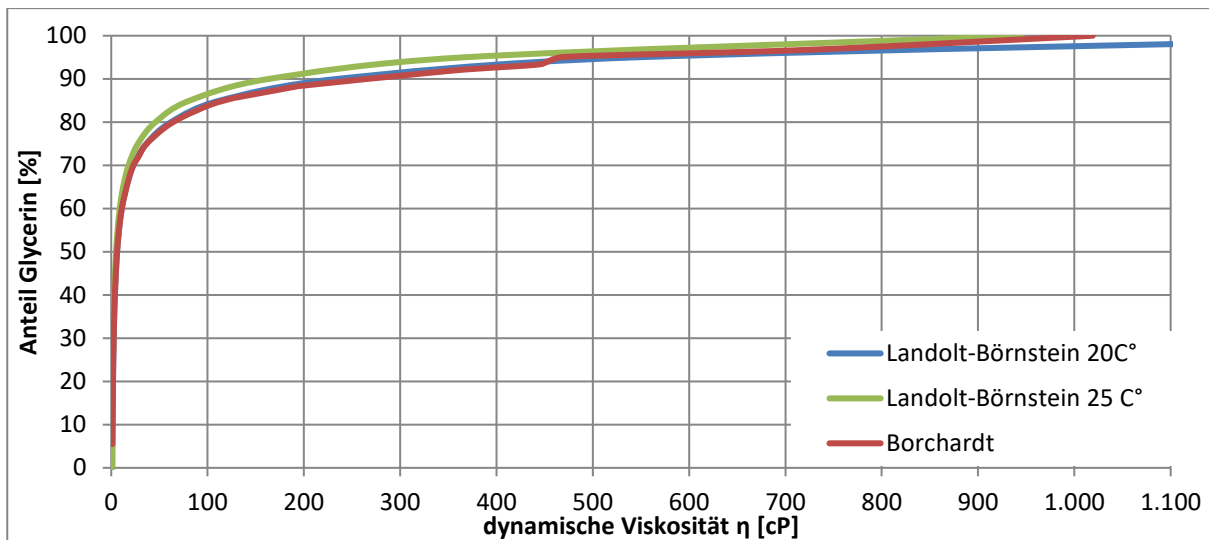


Abbildung 15: Verlauf der dynamischen Viskosität  $\eta$  in Abhängigkeit der Glycerinkonzentration

temperaturabhängig ist und für die vorliegende Fluidtemperatur ermittelt wurde, erklären sich die Abweichungen zu Landolt-Börnstein (1955). Die Dichte  $\rho$  des Glycerin-Wasser-Gemischs verläuft näherungsweise linear (vgl. Abbildung 16), unterliegt aber infolge des schmalen Wertebereichs von 1,0212 bis 1,2606 und Messungenauigkeiten stärkeren Schwankungen. Die Dichte  $\rho$  wurde mittels eines Messzylinders bestimmt, der gegenüber eines Pyknometers Abweichungen von 1 bis 5 Prozent aufweisen kann.

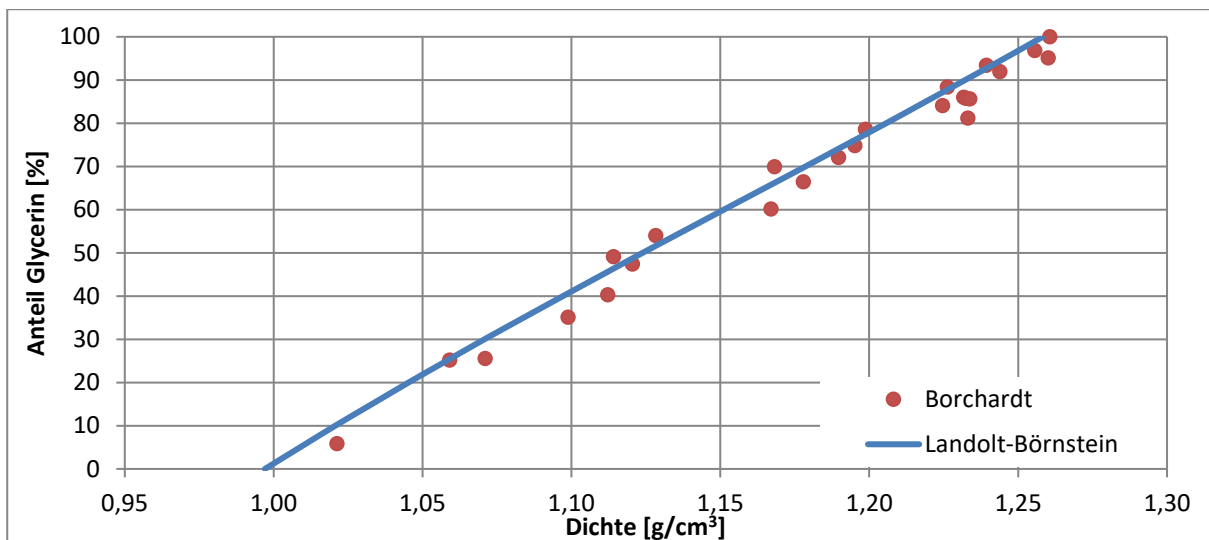


Abbildung 16: Verlauf der Dichte  $\rho$  in Abhängigkeit der Glycerinkonzentration

Für jeden Versuchsdurchlauf wurde aus dem Beruhigungsbehälter eine geringe Menge des Glycerin-Wasser-Gemischs entnommen und in einen Messzylinder gegeben. Anschließend wird die Masse  $m_{\text{voll}}$  des Messzylinders, einschließlich der enthaltenen Flüssigkeit, mittels einer Analysewaage der Fa. Sartorius gewogen und die Differenz  $\Delta m$  aus dem Leergewicht des Messzylinders  $m_{\text{leer}}$  gebildet. Zur Bestimmung der Dichte  $\rho$  ist neben der Masse  $\Delta m$  auch das Flüssigkeitsvolumen  $V$  im Messzylinder erforderlich. Da die Flüssigkeitsoberfläche zur Gefäßswandung einen minimal konkaven Meniskus entwickelt hat, wird das Flüssigkeitsvolumen  $V$  am tiefsten Punkt des Meniskus an der am Messzylinder angebrachten



Skala abgelesen. Abschließend wird aus dem Quotienten der Masse  $\Delta m$  und dem Volumen  $V$  des Glycerin-Wasser-Gemischs die Dichte  $\rho$  erhalten.

$$\rho = \frac{\Delta m}{V} \quad [69]$$

$\Delta m$      Masse des Fluids [g]

$V$        Flüssigkeitsvolumen [ml]

Die Viskosität wurde mit einem Kugelfall-Viskosimeter der Fa. Haake (vgl. Haake (1953)) bestimmt. Dazu wurde die Flüssigkeit aus dem Messzylinder in ein Fallrohr aus Glas eingebracht, das an der Unterseite mit einem Stopfen verschlossen ist. Im nächsten Schritt wird eine Messkugel in das Fallrohr gegeben und die Oberseite mittels eines Hohlstopfens verschlossen, in dem sich überschüssige Luft sammelt. Hierbei ist zu beachten, dass sich während der Messung keine Luftbläschen mehr in der Flüssigkeit befinden, da diese die Falldauer  $t$  der Messkugel verzögern können. Das Fallrohr selbst ist in einen Hohlzylinder eingelassen, der mit destilliertem Wasser gefüllt ist und als Temperaturbad dient. Damit kann gewährleistet werden, dass die Temperatur, die das Glycerin-Wasser-Gemisch beim Versuchsdurchlauf aufwies, während der Bestimmung der Viskosität erhalten bleibt, da diese temperaturabhängig ist. Das Temperaturbad mit enthaltenem Fallrohr ist schwenkbar an einen Ständer angebracht. Über eine Dosenlibelle und drei Nivellierschrauben am Ständer kann das Kugelfall-Viskosimeter ausgerichtet werden. Am oberen und unteren Teil des Fallrohrs ist jeweils eine Ringmarke angebracht. Zur Bestimmung der Viskosität wird die Dauer  $t$  gemessen, die die Messkugel benötigt, um die Strecke von der oberen zur unteren Ringmarke zurückzulegen. Sobald die untere Kugelperipherie die jeweilige Ringmarke passiert, beginnt bzw. endet die Zeitmessung mittels einer digitalen Stoppuhr. Die Messung der Fallzeit  $t$  ist drei bis fünfmal zu

wiederholen. Hierbei ist zu beachten, dass die gemessene Falldauer  $t$  die geringste erforderliche Fallzeit  $t_{\min}$  von 25 Sekunden nicht unterschreitet, da sonst Turbulenzen auftreten, die möglicherweise die Falldauer  $t$  der Messkugel beeinflussen können. Um eine aussagekräftige Fallzeit  $t$  zu erhalten, ist dem Viskosimeter eine Auswahl von sechs Messkugeln beigelegt. Die Messkugeln bestehen entweder aus Glas oder Eisen-Nickel und unterscheiden sich im Durchmesser  $d$  und der Dichte  $\rho_K$  voneinander. Für jede Kugel ist ein Messbereich und eine Kugelkonstante  $K$  gegeben (vgl. Tabelle 4).



Abbildung 17: Kugelfall-Viskosimeter

Werden die gemessenen Fallzeiten  $t$  arithmetisch gemittelt und die Eigenschaften der verwendeten Kugel aus Tabelle 4 entnommen, lässt sich mit [70] die dynamische Viskosität  $\eta$  ermittelt.

$$\eta = t(\rho_k - \rho)K \quad [70]$$

$\eta$  dynamische Viskosität [cP]

$t$  Fallzeit der Kugel [s]

$\rho_k$  Dichte der Kugel [g/cm<sup>3</sup>]

$\rho$  Dichte der untersuchten Flüssigkeit mit der Temperatur  $T$  [g/cm<sup>3</sup>]

$K$  Kugelkonstante [-]

Die kinematische Viskosität  $\nu$  wird aus der dynamischen Viskosität  $\eta$  und der Dichte  $\rho$  der Flüssigkeit erhalten.

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad [71]$$

Tabelle 4: Kugelfall-Viskosimeter

Kugel Nr.	Durchmesser d	Gewicht m	Dichte $\rho_k$	Konstante K	Messbereich $\eta$	
[-]	[cm]	[g]	[g/cm <sup>3</sup> ]	[-]	von [cP]	bis [cP]
1	1,58	4,94	2,39	0,008	0,2	2,5
2	1,57	4,79	2,38	0,06	2	20
3	1,56	16,27	8,19	0,09	15	200
4	1,52	15,16	8,25	0,55	100	1.200
5	1,43	11,73	7,66	4,60	800	10.000
6	1,11	5,55	7,75	33,00	6.000	75.000

---

## 5. Bewegungsbeginn

---

Während den experimentellen Untersuchungen wurde für den Bewegungsbeginn die Definition (vgl. 3.8) zur schwachen Bewegung von Casey (1935) angewendet. Bei einem maßgebenden Korndurchmesser  $d_m$  von 0,001105 m mal dem Faktor 100, ergibt sich ein quadratisches Untersuchungsgebiet mit einer Kantenlänge von 0,1105 m. Bewegen sich auf den Bildern, die während der Versuchsdurchführung aufgenommen wurden, über ein Zeitintervall von einer Minute innerhalb des darlegten Gebietes ein bis zwei Körner, wird dies als transportkritischer Zeitpunkt markiert. Bewegen sich bei drei bis fünf aufeinanderfolgenden Zeitintervallen durchschnittlich ein bis zwei Körner wird in dieser Arbeit vom Bewegungsbeginn gesprochen und die transportkritischen Größen ermittelt.

Nach Yalin (1979) bewegen sich in einer laminaren Strömung bei Bewegungsbeginn keine einzelnen Körner, sondern schlagartig ein ausgedehnter Sedimentteppich. Dieser Effekt konnte bei hohen Glycerinkonzentrationen im Ansatz ebenfalls beobachtet werden. Hierbei konnten im ersten Versuch bei einem Glycerinanteil von 99,5 % bei Bewegungsbeginn etwa 35 Kornumlagerungen gezählt werden. Mit zunehmender Verdünnung der Flüssigkeit mit Wasser nahm die Anzahl der Kornumlagerungen bei Bewegungsbeginn ab, bis bei einem Glyceringehalt von 86 Prozent erstmals die Definition von ein bis zwei Körnern eintrat und für alle weiteren Versuche erfüllt wurde.

Das Untersuchungsgebiet befindet sich in der Messstrecke an der Position 2,80 m. Die Position wurde so gewählt, dass die hydrodynamische Einlaufstrecke  $L_{hy}$  ausreichend dimensioniert ist, damit sich ein vollständiges Strömungsprofil ausbilden kann, aber das Untersuchungsgebiet nicht durch einen wehrbedingten Rückstau beeinträchtigt wird. Bei den Versuchsreihen 9 bis 19 konnte für den maximal möglichen Durchfluss  $Q$  und das Fließgefälle  $I_{WSP}$  kein Bewegungsbeginn im Untersuchungsgebiet festgestellt werden. Aus diesem Grund wurde das Untersuchungsgebiet auf die Position 3,30 m verschoben. Ab Versuch 20 hat die Viskosität einen Wert erreicht, der neben der Schlauchpumpe den Einsatz einer Tauchpumpe gestattete und den maximal möglichen Durchfluss  $Q$  mehr als verdoppelte. Infolge höherer möglicher kritischer Fließtiefen  $h_c$  wurde das Untersuchungsgebiet für die weiteren Versuche wieder an die ursprüngliche Position 2,80 verlegt.

## 6. Ergebnisse

In bisherigen Veröffentlichungen von Mantz (1977) und Yalin (1979) zum Bewegungsbeginn innerhalb laminarer Strömungen, wurden die transportkritischen Parameter nicht über die umfangsgemittelte Sohlschubspannung mit dem hydraulischen Radius  $r_{hy}$  bestimmt, wie im Shields-Diagramm üblich, sondern über die vertikale Fließtiefe  $h$ . Die daraus resultierenden Ergebnisse sind im Yalin-Karahan-Diagramm graphisch dargestellt. Neben den eigenen Messwerten wurden die Ergebnisse von Shields (1936) und anderen Autoren, mit deren Daten das Shields-Diagramm ergänzt wurde, angepasst und in das Yalin-Karahan-Diagramm eingefügt. García (2008) hat für die Messwerte aus dem Yalin-Karahan-Diagramm eine Kurve (vgl. Gleichung [53] in 3.9) für den Bewegungsbeginn in turbulenten Strömungen mit bindigen und nichtbindigen Böden sowie eine weitere Kurve (vgl. Gleichung [52] in 3.9) für den Bewegungsbeginn nichtkohäsiver Sedimente in laminarer Strömung vorgeschlagen. Beide Diagramme haben einen ähnlichen Kurvenverlauf (vgl. Abbildung 18), weisen aber infolge der beiden verschiedenen Eingangsgrößen hydraulischer Radius  $r_{hy}$  bzw. Fließtiefe  $h$  einen anderen Wert für die kritische dimensionslose Schubspannung  $\tau_{*,c}$  auf.

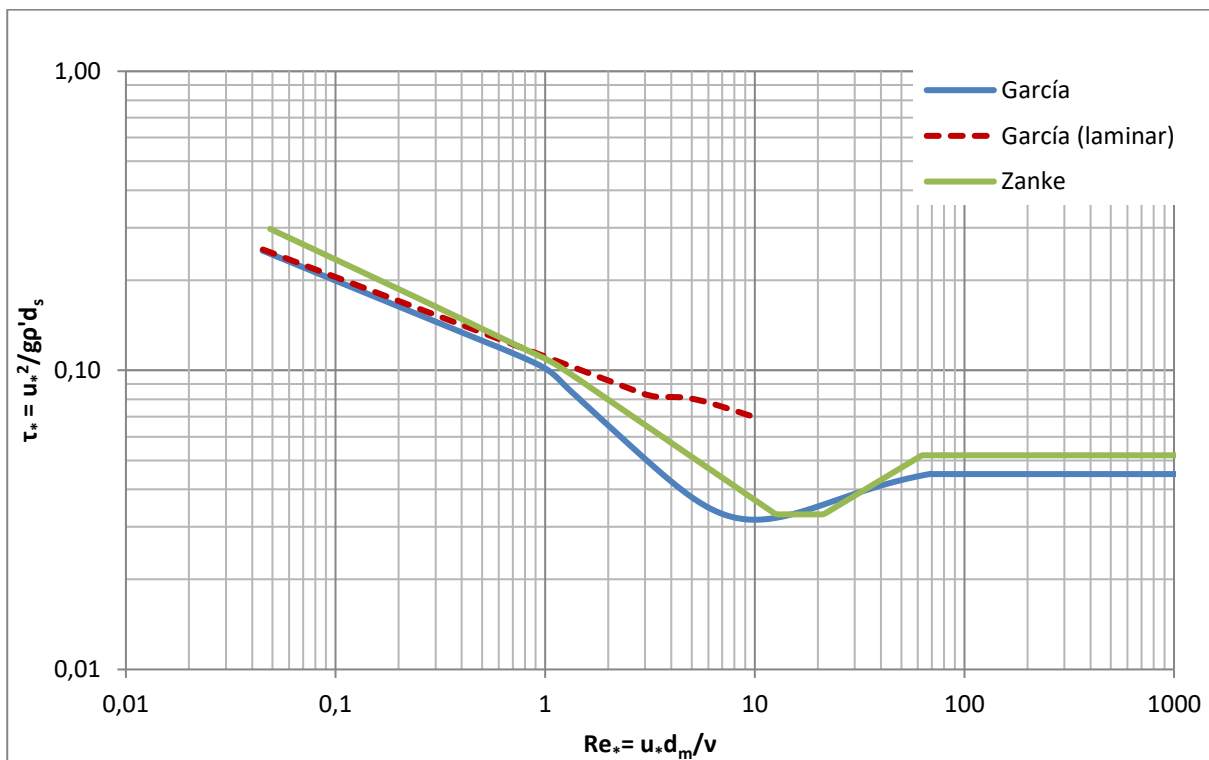


Abbildung 18: Shields-Kurve (Zanke 2013) und Yalin-Karahan-Kurven (García 2008) in einem Diagramm geplottet

Da beim Yalin-Karahan-Diagramm mehr Messdaten für laminare Strömungen zur Verfügung stehen, werden die nachfolgenden Ergebnisse zum Bewegungsbeginn sowohl im Shields- als auch im Yalin-Karahan-Diagramm dargestellt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit (vgl. Anlage 6), sind in den Diagrammen nur Messdaten zum Bewegungsbeginn in laminaren Strömungen aufgeführt.

In Tabelle 5 können die Ergebnisse aus den Untersuchungen zum Bewegungsbeginn in laminaren Strömungen entnommen werden. Die Spalte (1) enthält die Nummerierung der einzelnen Versuchsdurchführungen. Bei jedem Versuch wurden die Fließtiefen  $h$  und das Fließgefälle  $I_{WSP}$  mehrfach variiert bis ein Bewegungsbeginn festgestellt werden konnte. Der

Teilversuch, bei dem der Bewegungsbeginn stattfand, entspricht dem zweiten Wert in der Nummerierung. Die zweite Spalte  $C_{\text{Glyc}}$  gibt für jeden Versuch die Glycerinkonzentration im Fluid an. Mit Hilfe der ermittelten dynamischen Viskosität  $\eta$  in Spalte (6) und der Zahlentafel aus Landolt-Börnstein (1955) in Anlage 4, wurde der Glycerinanteil für eine Fluidtemperatur von 20 °C linear interpoliert. In Spalte (3) ist die ermittelte Dichte  $\rho$  für das Glycerin-Wasser-Gemisch eingetragen (vgl. 4.3). Die Dichte  $\rho_s$  für den verwendeten Grobsand wurde mittels geotechnischer Versuche, die unter 4.1.2 näher erläutert werden, bestimmt und ist in Spalte (4) als charakteristische Materialkonstante aufgeführt. Werden die Fluidichte  $\rho$  und die Korndichte  $\rho_s$  in die Gleichung [47] eingesetzt, erhält man die relative Dichte  $\rho'$ . Die dynamische Viskosität  $\eta$  wurde mittels eines Kugelfall-Viskosimeters parallel zum Versuch bestimmt (vgl. 4.3). Die Spezifikationen und Fallzeiten sind in einer Tabelle unter Anlage 5 aufgeführt. Die kinematische Viskosität  $\nu$  in Spalte (7) ist der Quotient aus der dynamischen Viskosität  $\eta$  und der Fluidichte  $\rho$ .

Die mittlere Geschwindigkeit  $u$  ergibt sich aus dem Geschwindigkeitsgesetz für laminare und turbulente Strömungen. Bis zu einer Reynoldszahl  $Re \leq 2320$  ist die Strömung laminar und die mittlere Geschwindigkeit  $u$  berechnet sich über die Gleichung [14].

$$Re = \frac{u \cdot 4 \cdot r_{hy}}{\nu} \quad [72]$$

Für größere Reynoldszahlen  $Re$  müssen die Wandverhältnisse in der Versuchsrinne berücksichtigt werden. Ist die dimensionslose Rauheitshöhe  $k_s^+ < 5$ , liegen die Sandkörner innerhalb der viskosen Unterschicht und es herrschen glatte Wandverhältnisse vor. Bei einer hydraulisch glatten Wand wird die mittlere Geschwindigkeit  $u$  mit [19] bestimmt. Ist die Dicke der viskosen Unterschicht  $\delta$  gegenüber dem maßgebenden Korndurchmesser  $d_m$  klein, ist die dimensionslose Rauheitshöhe  $k_s^+ > 70$  und die Sohle befindet sich im hydraulisch rauen Bereich. Hierbei wird die mittlere Geschwindigkeit  $u$  mittels der Gleichung [24] erhalten. Im Übergangsbereich zwischen der glatten und rauen Wand ist  $5 < k_s^+ < 70$ . Da eine ebene Sohle mit nahezu homogenem Sediment vorliegt, wird die Gleichung [29] für sandraue Wandverhältnisse angewendet. Die dimensionslose Rauheitshöhe  $k_s^+$  entspricht in Tabelle 5 der kornbezogenen Reynoldszahl  $Re_{*,d}$ .

Das lokale Fließgefälle  $I_{WSP}$  für das Untersuchungsgebiet ergibt sich aus der Fließtiefe  $h$  am Einströmrand des Untersuchungsgebiets und der Fließtiefe  $h$  in einer Entfernung von 0,5 m oberstrom zum Untersuchungsgebiet. In Spalte (10) ist die kritische Fließtiefe  $h_c$  am Einströmrand des Untersuchungsgebiets notiert. In Anlage 7 bis Anlage 31 ist der Verlauf der Fließtiefen in Strömungsrichtung für jeden Teilversuch graphisch dargestellt. Die hydraulisch wirksame Fließtiefe  $r_{hy}$  wird mit der kritischen Fließtiefe  $h_c$  sowie einer Rinnenbreite von 0,607 m mittels der Gl. [5] berechnet. In der kritischen Schubspannung  $\tau_c$  wird der hydraulische Radius  $r_{hy}$  und das Fließgefälle  $I_{WSP}$  berücksichtigt. Hierbei ist zu beachten, dass in der Versuchsrinne ein Normalabfluss mit  $I_s = I_{WSP}$  angenommen wird, obwohl die Messstrecke nicht neigbar ist und das Gefälle ausschließlich über das Wehr im Abflusssammelbehälter geregelt wird. Obwohl die Sohle als ebene Sohle eingeordnet werden kann und das arithmetisch gemittelte Sohlniveau  $\bar{s}$  keine Abweichungen größer 1,5  $d_s$  aufweist, werden Sohlunebenheiten bei der kritischen Schubspannung  $\tau_c$  berücksichtigt. Auch wenn die Sohle vor den Versuchen mit größter Sorgfalt aufbereitet wird, sind geringe Sohlunebenheiten nicht vermeidbar. Die auftretenden Sohlunebenheiten führen entweder zu exponiert oder geschützt gelagerten Kornpackungen, welche einen signifikanten Einfluss auf den beobachteten Bewegungsbeginn

aufweisen. Die Sohlunebenheiten werden über einen Korrekturfaktor  $\zeta$  abgebildet, der mit der Gleichung [73] in die kritische Schubspannung  $\tau_c$  eingeht.

$$\left(1 + \frac{\sqrt{(\bar{s} - s)^2}}{d_m}\right) = \zeta \quad [73]$$

- $\bar{s}$  arithmetisch gemitteltetes Sohlniveau [m]
- $s$  lokales Sohlniveau [m]
- $\zeta$  Korrekturfaktor der Sohlunebenheiten [-]

Die kritische Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_{*,c}$  ergibt sich aus der Wurzel des Quotienten der kritischen Schubspannung  $\tau_c$  und der Dichte  $\rho$  des Glycerin-Wasser-Gemischs. In den Spalten (14) und (15) sind die von Shields eingeführte dimensionslose Schubspannung  $\tau_*$  und kornbezogene Reynoldszahl  $Re_{*,d}$  aufgeführt. Sie berechnen sich über die Gleichungen [48] und [46]. Für die explizite Darstellung des Shields-Diagramm ist in Spalte (17) der dimensionslose Korndurchmesser  $D_*$  als Funktion der kornbezogenen Reynoldszahl  $Re_{*,d}$  angegeben und wird mittels der Gleichung [50] gebildet.

Mit Hilfe der hydrodynamischen Einlaufänge  $L_{hy}$  kann überprüft werden, ob die Strömung im Untersuchungsgebiet zum Zeitpunkt des Bewegungsbeginns bereits vollständig ausgebildet war. Sollte dies nicht der Fall sein, kann unter anderem die mittlere Geschwindigkeit  $u$  von den beschriebenen Geschwindigkeitsgesetzen abweichen und die Genauigkeit der Daten einschränken. In den Ergebnissen zu den Versuchen zeigt sich, dass bei Reynoldszahlen  $Re$ , die in der Nähe des Umschlags laminar zu turbulent angesiedelt sind, die erforderlichen hydrodynamischen Einlaufängen  $L_{hy}$  die vorhandene Länge der Messstrecke teilweise überschreiten. Wie unter 0 beschrieben, gibt es für die hydrodynamische Einlaufänge  $L_{hy}$  in laminaren wie auch in turbulenten Strömungen eine Vielzahl an Gleichungen. Für die vorliegende Arbeit wurde für jeden dieser Strömungszustände eine Gleichung gewählt, deren berechnete Werte gegenüber den anderen zur Auswahl stehenden Gleichungen im mittleren Bereich liegen:

- laminar (Jirka und Lang 2009):

$$\frac{L_{hy}}{4r_{hy}} = 0,05 Re \quad [74]$$

- turbulent (Jirka und Lang 2009):

$$\frac{L_h}{4r_{hy}} = 50 \quad [75]$$

In den letzten beiden Spalten werden zusätzlich die Dicke der viskosen Unterschicht  $\delta$  und, äquivalent zur relativen Rauheitshöhe  $k/d$  aus dem Moody-Diagramm, die relative Überdeckung  $h/d$  dargestellt. Hierbei bemisst sich die Dicke der viskosen Unterschicht  $\delta$  über die Gleichung [16].

Der Aufbau von Tabelle 6 entspricht überwiegend Tabelle 5, abweichend wird in den Gleichungen für die kritische Schubspannung  $\tau_c$  und der Reynoldszahl  $Re$  der hydraulische Radius  $r_{hy}$  durch die Fließtiefe  $h$  ersetzt.

Tabelle 5: Messergebnisse bezogen auf den hydraulischen Radius  $r_{hy}$ 

(1) Nr.	(2) $C_{glyc}$ [%]	(3) $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	(4) $\rho_s$ [kg/m <sup>3</sup> ]	(5) $\rho'$ [-]	(6) $\eta$ [cP]	(7) $\nu$ [m <sup>2</sup> /s]	(8) $u$ [m/s]	(9) $l_{WSP}$ [-]	(10) $h_c$ [m]	(11) $r_{hy}$ [m]	(12) $\tau_c$ [N/m <sup>2</sup> ]	(13) $u_{*,c}$ [m/s]	(14) $Re_{d,c}$ [-]	(15) $\tau_{*,c}$ [-]	(16) $Re$ [-]	(17) $D^*$ [-]	(18) $L_{hy}$ [m]	(19) $\delta$ [m]	(20) $h/d$ [-]
1.1	100	1.261	2.639	1,09	1.019	8,1E-04	0,023	4,4E-03	0,031	0,028	2,23	0,042	0,057	0,149	3	0,3	0,02	0,2235	28,37
2.2	97	1.256	2.639	1,10	726	5,8E-04	0,026	4,2E-03	0,029	0,026	1,96	0,040	0,075	0,131	5	0,4	0,02	0,1708	26,04
3.2	95	1.260	2.639	1,09	470	3,8E-04	0,039	5,2E-03	0,026	0,024	2,18	0,042	0,122	0,146	10	0,5	0,05	0,1055	23,11
4.3	93	1.239	2.639	1,13	446	3,6E-04	0,033	5,0E-03	0,023	0,022	1,90	0,039	0,120	0,125	8	0,5	0,03	0,1069	21,10
5.1	92	1.244	2.639	1,12	352	2,9E-04	0,049	6,4E-03	0,022	0,021	2,34	0,043	0,168	0,155	14	0,6	0,06	0,0764	20,23
6.1	88	1.226	2.639	1,15	194	1,6E-04	0,060	5,0E-03	0,021	0,019	1,68	0,037	0,259	0,109	29	0,9	0,11	0,0494	18,70
7.4	88	1.232	2.639	1,14	194	1,1E-04	0,068	5,0E-03	0,019	0,017	1,52	0,035	0,347	0,100	42	1,1	0,15	0,0370	16,75
8.1	86	1.232	2.639	1,14	131	1,1E-04	0,069	5,1E-03	0,018	0,017	1,52	0,035	0,359	0,099	44	1,1	0,15	0,0357	16,37
9.1	86	1.234	2.639	1,14	127	1,0E-04	0,070	5,2E-03	0,018	0,017	1,53	0,035	0,372	0,100	45	1,1	0,15	0,0345	16,12
10.1	84	1.225	2.639	1,16	103	8,5E-05	0,073	5,7E-03	0,016	0,015	1,46	0,035	0,448	0,095	50	1,3	0,15	0,0286	14,08
11.2	81	1.233	2.639	1,14	73	6,1E-05	0,093	5,8E-03	0,015	0,014	1,42	0,034	0,613	0,093	85	1,6	0,24	0,0209	13,35
12.1	79	1.199	2.639	1,20	55	4,6E-05	0,096	5,1E-03	0,014	0,013	1,14	0,031	0,748	0,073	111	2,0	0,29	0,0171	12,48
13.1	75	1.195	2.639	1,21	36	3,0E-05	0,157	5,8E-03	0,014	0,013	1,26	0,032	1,188	0,080	269	2,6	0,70	0,0108	12,22
14.1	72	1.190	2.639	1,22	28	2,4E-05	0,203	6,7E-03	0,013	0,012	1,37	0,034	1,560	0,087	412	3,0	1,00	0,0082	11,50
15.2	70	1.168	2.639	1,26	23	1,9E-05	0,171	5,3E-03	0,012	0,011	0,98	0,029	1,660	0,062	403	3,5	0,91	0,0077	10,67
16.1	66	1.178	2.639	1,24	18	1,5E-05	0,179	5,0E-03	0,011	0,011	0,88	0,027	1,996	0,055	500	4,2	1,05	0,0064	9,88
17.1	60	1.167	2.639	1,26	11	9,5E-06	0,389	3,5E-03	0,015	0,015	0,84	0,027	3,119	0,053	2.388	5,7	2,92	0,0041	13,90
18.3	54	1.128	2.639	1,34	7,7	6,6E-06	0,325	3,1E-03	0,015	0,014	0,70	0,025	4,154	0,043	2.784	7,4	2,84	0,0031	13,46
19.1	49	1.114	2.639	1,37	5,9	5,1E-06	0,298	2,6E-03	0,014	0,014	0,56	0,022	4,825	0,034	3.167	8,8	2,72	0,0027	12,89
20.1	47	1.120	2.639	1,36	5,4	4,8E-06	0,289	2,3E-03	0,015	0,014	0,51	0,021	4,969	0,031	3.431	9,2	2,83	0,0026	13,41
21.3	40	1.112	2.639	1,37	3,8	3,4E-06	0,252	1,4E-03	0,018	0,017	0,37	0,018	5,908	0,023	4.994	11,6	3,40	0,0022	16,32
22.1	35	1.099	2.639	1,40	3,0	2,8E-06	0,240	1,0E-03	0,021	0,020	0,31	0,017	6,677	0,019	6.907	13,4	4,00	0,0019	19,38
23.2	26	1.071	2.639	1,46	2,1	2,0E-06	0,233	7,0E-04	0,026	0,024	0,26	0,016	8,576	0,015	11.325	16,9	4,86	0,0015	23,92
24.1	25	1.059	2.639	1,49	2,1	2,0E-06	0,232	6,0E-04	0,030	0,027	0,24	0,015	8,427	0,014	12.623	17,1	5,41	0,0015	26,89
25.3	5	1.021	2.639	1,58	1,2	1,2E-06	0,262	1,4E-03	0,019	0,018	0,36	0,019	17,726	0,020	15.845	24,9	3,52	0,0007	16,92



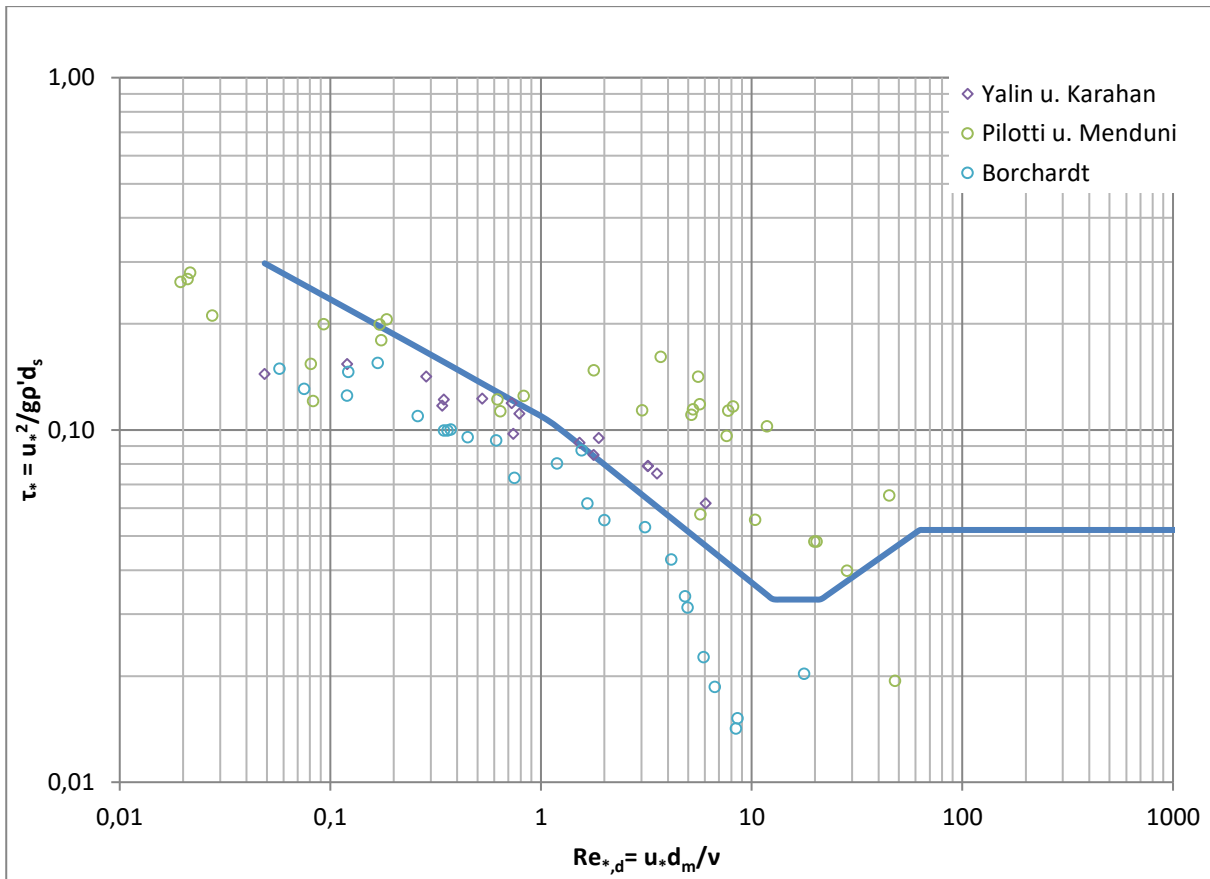


Abbildung 19: Shields-Diagramm, implizite Darstellung, Shields-Kurve nach Zanke (2013)

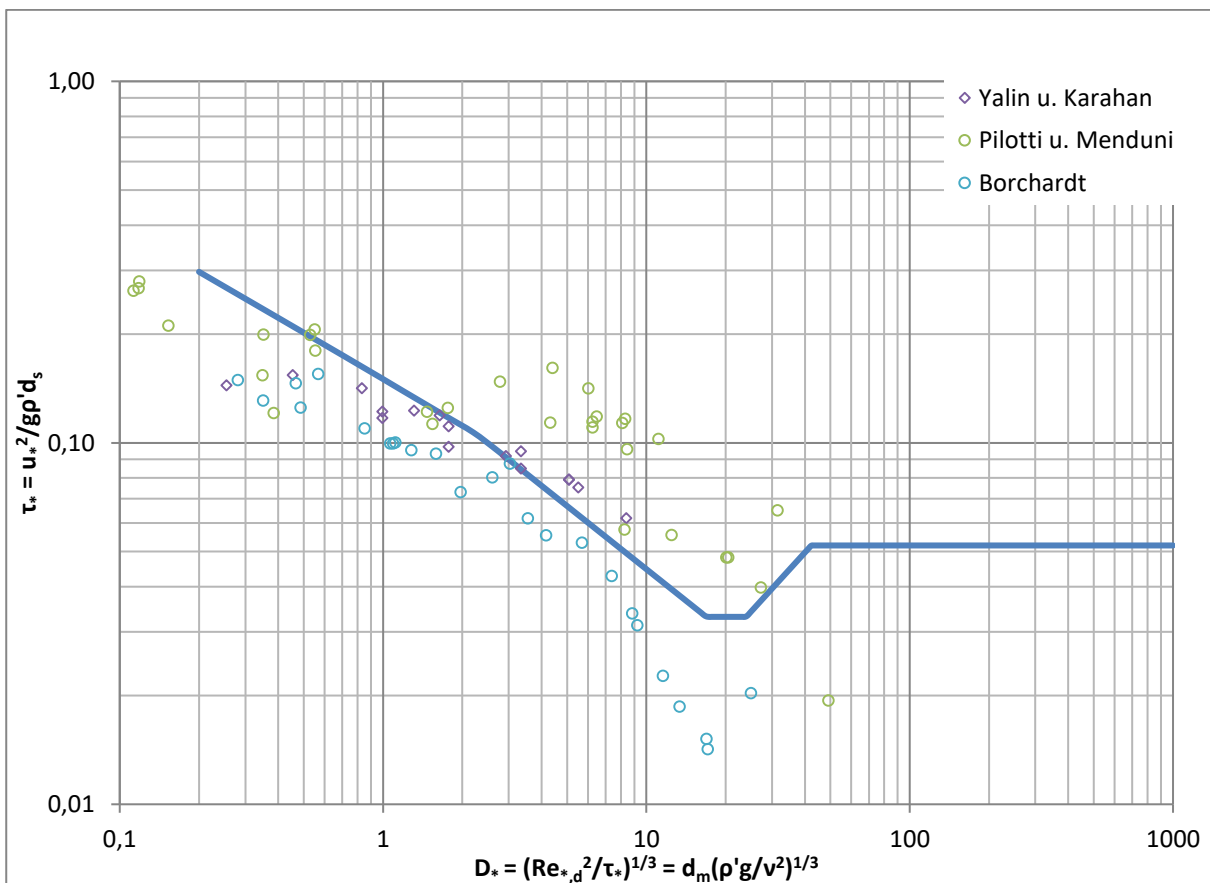


Abbildung 20: Shields-Diagramm, explizite Darstellung, Shields-Kurve nach Zanke (2013)



Tabelle 6: Messergebnisse bezogen auf die Fließtiefe h

(1) Nr.	(2) $C_{glyc}$ [%]	(3) $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	(4) $\rho_s$ [kg/m <sup>3</sup> ]	(5) $\rho'$ [-]	(6) $\eta$ [cP]	(7) $\nu$ [m <sup>2</sup> /s]	(8) $u$ [m/s]	(9) $l_{WSP}$ [-]	(10) $h_c$ [m]	(11) $r_{hy}$ [m]	(12) $\tau_c$ [N/m <sup>2</sup> ]	(13) $u^*_{*,c}$ [m/s]	(14) $Re^*_{d,c}$ [-]	(15) $\tau^*_{*,c}$ [-]	(16) $Re$ [-]	(17) $D^*$ [-]	(18) $L_{hy}$ [m]	(19) $\delta$ [m]	(20) $h/d$ [-]
1.1	100	1.261	2.639	1,09	1.019	8,1E-04	0,025	4,4E-03	0,031	0,028	2,458	0,044	0,060	0,164	3,9	0,3	0,02	0,2128	28,37
2.2	97	1.256	2.639	1,10	726	5,8E-04	0,028	4,2E-03	0,029	0,026	2,145	0,041	0,079	0,143	5,6	0,4	0,03	0,1632	26,04
3.2	95	1.260	2.639	1,09	470	3,8E-04	0,042	5,2E-03	0,026	0,024	2,365	0,043	0,127	0,158	11,4	0,5	0,05	0,1013	23,11
4.3	93	1.239	2.639	1,13	446	3,6E-04	0,036	5,0E-03	0,023	0,022	2,042	0,041	0,124	0,135	9,2	0,5	0,04	0,1030	21,10
5.1	92	1.244	2.639	1,12	352	2,9E-04	0,053	6,4E-03	0,022	0,021	2,515	0,045	0,174	0,166	16	0,6	0,07	0,0737	20,23
6.1	88	1.226	2.639	1,15	194	1,6E-04	0,064	5,0E-03	0,021	0,019	1,790	0,038	0,268	0,117	33	0,9	0,13	0,0478	18,70
7.4	88	1.232	2.639	1,14	194	1,1E-04	0,072	5,0E-03	0,019	0,017	1,611	0,036	0,357	0,106	48	1,1	0,17	0,0359	16,75
8.1	86	1.232	2.639	1,14	131	1,1E-04	0,073	5,1E-03	0,018	0,017	1,606	0,036	0,370	0,105	49	1,1	0,17	0,0347	16,37
9.1	86	1.234	2.639	1,14	127	1,0E-04	0,074	5,2E-03	0,018	0,017	1,616	0,036	0,383	0,106	51	1,1	0,17	0,0335	16,12
10.1	84	1.225	2.639	1,16	103	8,5E-05	0,076	5,7E-03	0,016	0,015	1,535	0,035	0,459	0,100	56	1,3	0,16	0,0279	14,08
11.2	81	1.233	2.639	1,14	73	6,1E-05	0,097	5,8E-03	0,015	0,014	1,491	0,035	0,627	0,098	93	1,6	0,26	0,0204	13,35
12.1	79	1.199	2.639	1,20	55	4,6E-05	0,100	5,1E-03	0,014	0,013	1,192	0,032	0,765	0,076	122	2,0	0,32	0,0168	12,48
13.1	75	1.195	2.639	1,21	36	3,0E-05	0,164	5,8E-03	0,014	0,013	1,311	0,033	1,214	0,084	294	2,6	0,76	0,0106	12,22
14.1	72	1.190	2.639	1,22	28	2,4E-05	0,212	6,7E-03	0,013	0,012	1,432	0,035	1,592	0,091	447	3,0	1,09	0,0081	11,50
15.2	70	1.168	2.639	1,26	23	1,9E-05	0,178	5,3E-03	0,012	0,011	1,022	0,030	1,692	0,064	435	3,5	0,99	0,0076	10,67
16.1	66	1.178	2.639	1,24	18	1,5E-05	0,186	5,0E-03	0,011	0,011	0,908	0,028	2,031	0,057	537	4,2	1,13	0,0063	9,88
17.1	60	1.167	2.639	1,26	11	9,5E-06	0,409	3,5E-03	0,015	0,015	0,887	0,028	3,197	0,056	2.635	5,7	2,92	0,0040	13,90
18.3	54	1.128	2.639	1,34	7,7	6,6E-06	0,335	3,1E-03	0,015	0,014	0,735	0,026	4,254	0,045	3.005	7,4	2,84	0,0030	13,46
19.1	49	1.114	2.639	1,37	5,9	5,1E-06	0,306	2,6E-03	0,014	0,014	0,583	0,023	4,937	0,035	3.407	8,8	2,72	0,0026	12,89
20.1	47	1.120	2.639	1,36	5,4	4,8E-06	0,298	2,3E-03	0,015	0,014	0,540	0,022	5,088	0,033	3.701	9,2	2,83	0,0025	13,41
21.3	40	1.112	2.639	1,37	3,8	3,4E-06	0,260	1,4E-03	0,018	0,017	0,397	0,019	6,081	0,024	5.460	11,6	3,40	0,0021	16,32
22.1	35	1.099	2.639	1,40	3,0	2,8E-06	0,249	1,0E-03	0,021	0,020	0,333	0,017	6,908	0,020	7.669	13,4	4,00	0,0019	19,38
23.2	26	1.071	2.639	1,46	2,1	2,0E-06	0,243	7,0E-04	0,026	0,024	0,280	0,016	8,942	0,016	12.853	16,9	4,86	0,0014	23,92
24.1	25	1.059	2.639	1,49	2,1	2,0E-06	0,243	6,0E-04	0,030	0,027	0,267	0,016	8,830	0,016	14.544	17,1	5,41	0,0015	26,89
25.3	5	1.021	2.639	1,58	1,2	1,2E-06	0,269	1,4E-03	0,019	0,018	0,378	0,019	18,263	0,022	17.303	24,9	3,52	0,0007	16,92

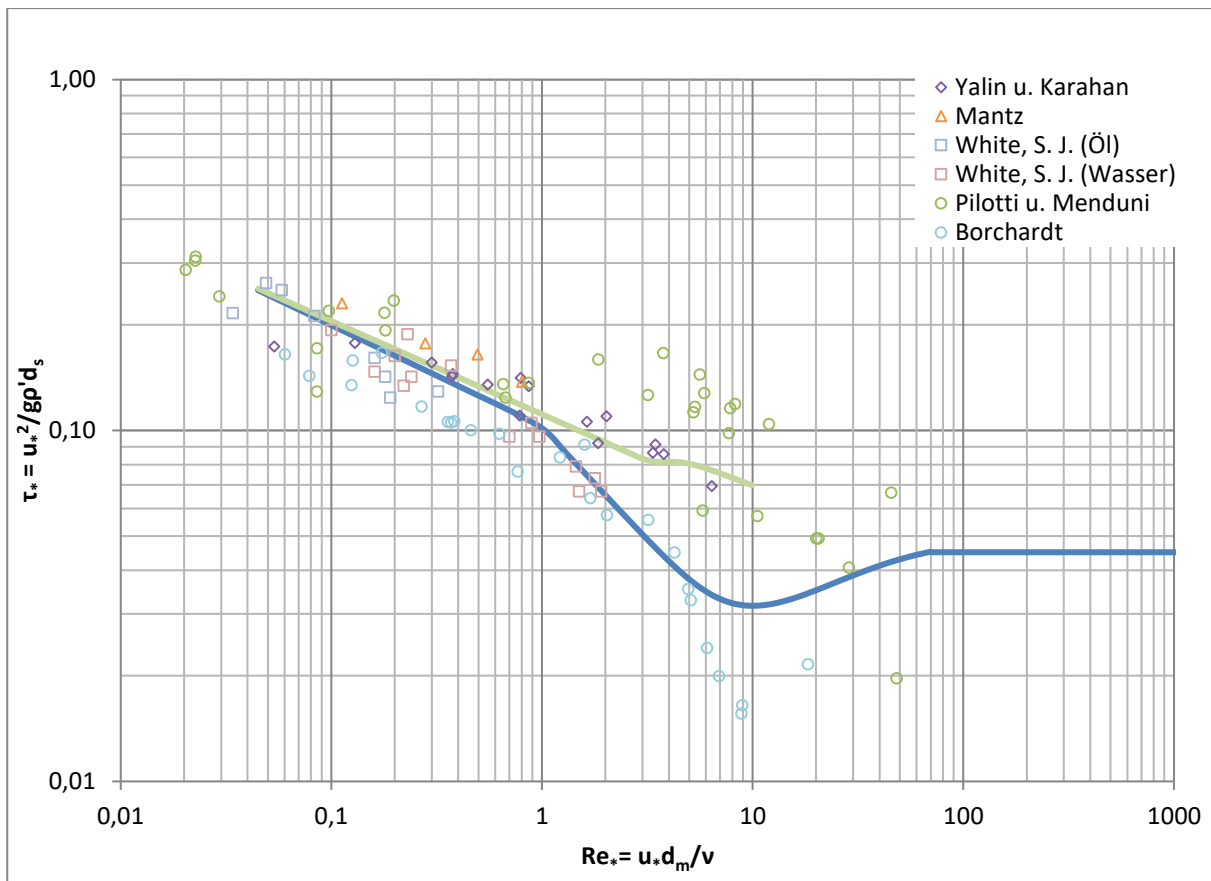


Abbildung 21: Yalin-Karahan-Diagramm, implizite Darstellung, Shields-Kurve nach García (2008)

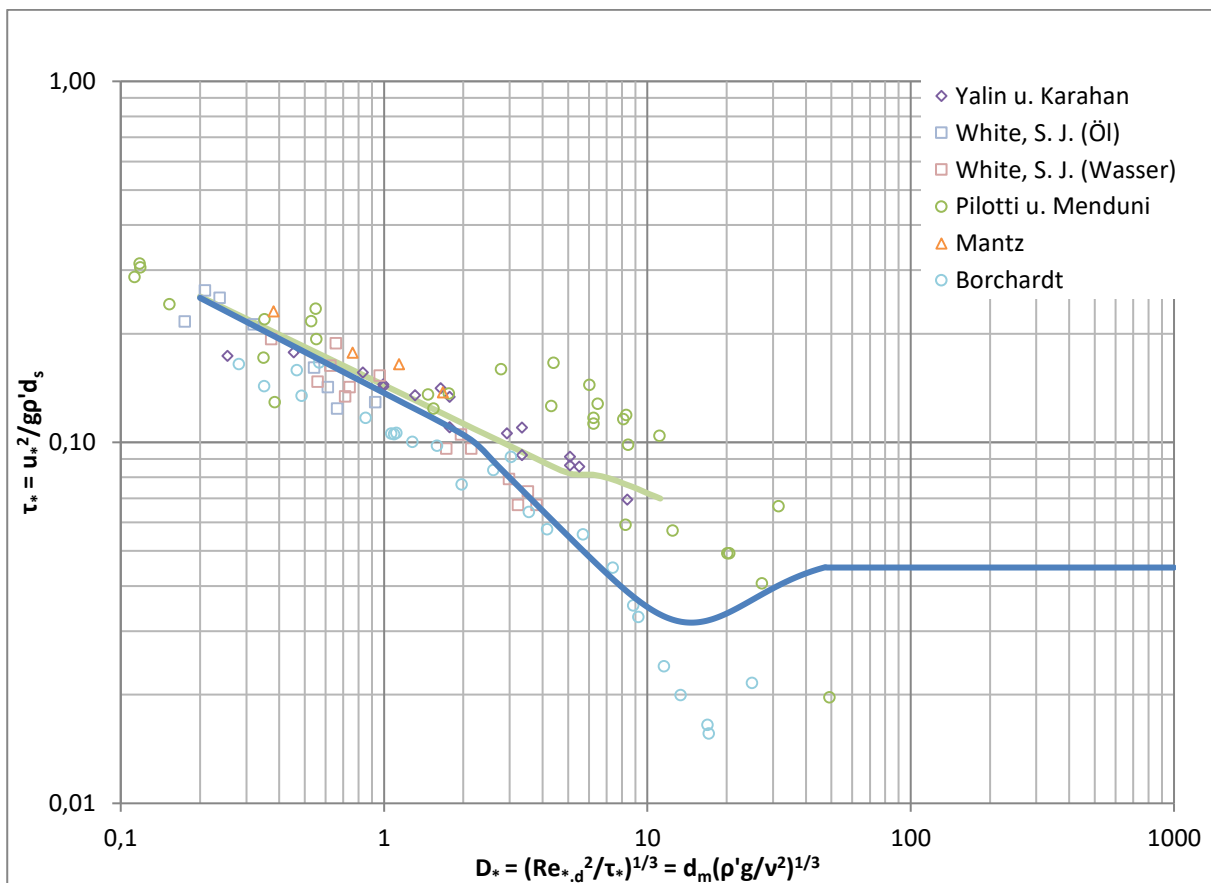


Abbildung 22: Yalin-Karahan-Diagramm, explizite Darstellung, Shields-Kurve nach García (2008)

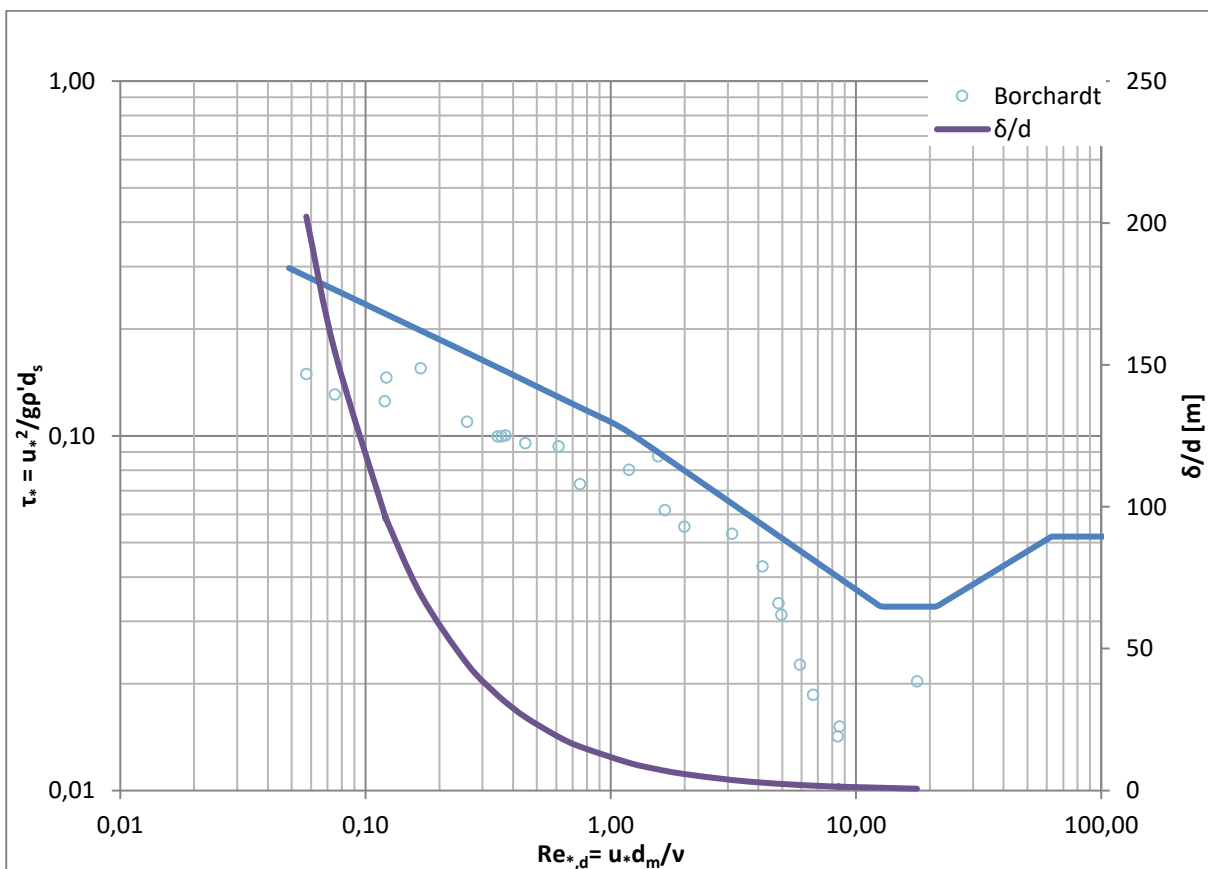
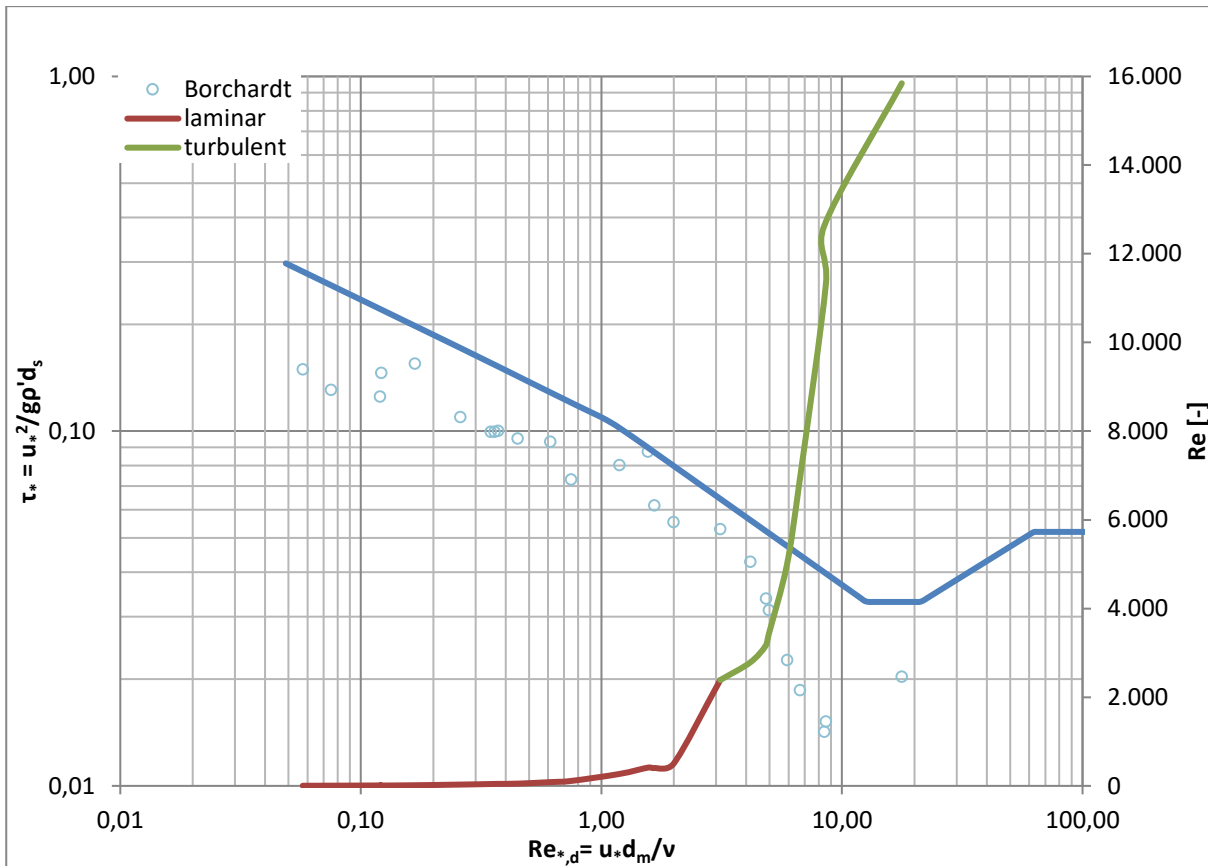
---

Die Daten aus den Untersuchungen zum Bewegungsbeginn in laminaren Strömungen bestätigen für kornbezogene Reynoldszahlen  $Re_{*,d} \leq 1$  die Ergebnisse von Mantz (1977), Yalin und Karahan (1979) sowie Pilotti und Menduni (2001). Hierbei ist zu berücksichtigen, dass die Veröffentlichung von Mantz neben seinen eigenen Ergebnissen auch Messungen von White, S.J. enthält.

Für den Bereich  $Re_{*,d} \leq 1$  zeigt die kritische dimensionslose Schubspannung  $\tau_{*,c}$  mit abnehmender kornbezogener Reynoldszahl  $Re_{*,d}$  einen progressiven, linearen Verlauf, der ab kornbezogenen Reynoldszahlen  $Re_{*,d} \leq 0,5$  einem kohäsiven Sohlmaterial entspricht. Gegenüber der Shieldskurve in turbulenten Strömungen nimmt die kritische dimensionslose Schubspannung  $\tau_{*,c}$  bei kornbezogenen Reynoldszahlen  $Re_{*,d}$  für  $1 \leq Re_{*,d} \leq 3$  bis 4 linear ab. In diesem Bereich streuen sich die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit und der Veröffentlichungen zu Bewegungsbeginn in laminaren Strömungen. Während die Daten von Mantz (1977) dem Verlauf der turbulenten Shieldskurve folgen, verlaufen die Messungen von Pilotti und Menduni (2001) mit signifikant höheren dimensionslosen Schubspannung  $\tau_*$  parallel zum linearen Verlauf von Yalin und Karahan (1979) und den eigenen gemessenen Daten. Für kornbezogene Reynoldszahlen  $Re_{*,d}$  bei  $4 \leq Re_{*,d} \leq 20$  fallen die eigenen Messwerte stark ab und stimmen nicht mehr mit den Ergebnissen von Yalin und Karahan (1979) sowie der Kurve von García (2008) überein. Der letzte Datenpunkt zeigt eine steigende Tendenz an größeren erforderlichen kritischen dimensionslosen Schubspannungen  $\tau_{*,c}$ .

Zusammenfassend bilden die vorliegenden Ergebnisse den typischen Verlauf des Shields-Diagramms näherungsweise ab und stimmen mit den Daten aus den verschiedenen Veröffentlichungen zum Bewegungsbeginn in laminaren Strömungen für sehr kleine kornbezogene Reynoldszahlen  $Re_{*,d}$  überein. Auffällig ist jedoch, dass sich alle Daten im Übergangsbereich zwischen glatten und rauen Wandverhältnissen stark voneinander unterscheiden. Die von García (2008) vorgeschlagene Kurve zum Bewegungsbeginn innerhalb laminarer Strömungen für das Yalin-Karahan-Diagramm kann für  $Re_{*,d}$  - Werte  $> 4$  bestätigt werden, während sich diese für größere kornbezogene Reynoldszahlen  $Re_{*,d}$  an den Ergebnissen von Yalin und Karahan (1979) orientiert und sich von den anderen Autoren stark unterscheidet.

In Abbildung 23 sind die eigenen Messergebnisse gegenüber den Reynoldszahlen aufgetragen und sie zeigt anschaulich, dass sich die steil voranschreitende Abnahme der kritischen dimensionslosen Schubspannungen  $\tau_{*,c}$  mit steigender Reynoldszahl sich umgekehrt proportional verhält. Damit zeigt sich ein maßgeblicher Einfluss der Turbulenz auf die Bewegung einzelner Körner. Je geringer die Dicke der viskosen Unterschicht  $\delta$  ist, (vgl. Abbildung 24) umso schwächer ist die dämpfende Wirkung gegenüber turbulenz-bedingter Verwirbelungen ausgeprägt. Zu Beginn ist die Dicke der viskosen Unterschicht  $\delta$  größer als die Fließtiefe  $h$  und verhält sich mit zunehmenden kornbezogenen Reynoldszahlen  $Re_{*,d}$  degressiv. Beim Umschlag von laminarer zu turbulenter Strömung weist die Dicke der viskosen Unterschicht  $\delta$  gegenüber dem maßgebenden Korndurchmesser  $d_m$  nur noch den Faktor 4 auf. Bei einer Reynoldszahl  $Re \approx 11.000$  ist die Dicke der viskosen Unterschicht  $\delta$  gleich dem maßgebenden Korndurchmesser  $d_m$ .



Nach Zanke (2001) ist für den Bewegungsbeginn in laminaren Strömungen nur der innere Reibungswinkel  $\varphi$  ausschlaggebend und kann auch als Verhältnis der Druckkraft  $FD$  zur Gewichtskraft unter Auftrieb  $FG'$  betrachtet werden.

$$\frac{FD}{FG'} = \tan \varphi \quad [76]$$

Die zur Bewegung einzelner Körner erforderliche kritische dimensionslose Schubspannung  $\tau_{*,c}$  ist für natürliche Sedimente in laminaren Strömungen wie folgt zu berechnen.

$$\tau_{*,c} = 0,7 \tan \varphi \quad [77]$$

In turbulenten Strömungen findet der Bewegungsbeginn einzelner Körner schon bei wesentlich geringeren kritischen dimensionslosen Schubspannungen  $\tau_{*,c}$  statt. Infolge turbulenzbedingter Liftkräfte  $FD$  wird das tatsächliche Partikelgewicht leichter und entgegen der Strömung geringeren Widerstand. Ebenfalls durch die Turbulenz werden Schubspannungsschwankungen  $\tau_{*,c}'$  verursacht, welche die auf das Korn wirkenden dimensionslosen Schubspannungen  $\tau_*$  verstärken.

$$\tau_{*,c} = 0,7 \tan \varphi - \tau_{*,c}' \quad [78]$$

$\tau_{*,c}'$  Fluktuationen der dimensionslosen Schubspannung  $\tau_*$

Laut Zanke (2001) entspricht der innere Reibungswinkel  $\varphi$  für das Shields-Diagramm  $20^\circ$  während für Sand üblicherweise  $30^\circ$  angesetzt werden kann. In Abbildung 25 ist die Gleichung [77] für einen inneren Reibungswinkel von  $\varphi = 20^\circ$  eingezeichnet.

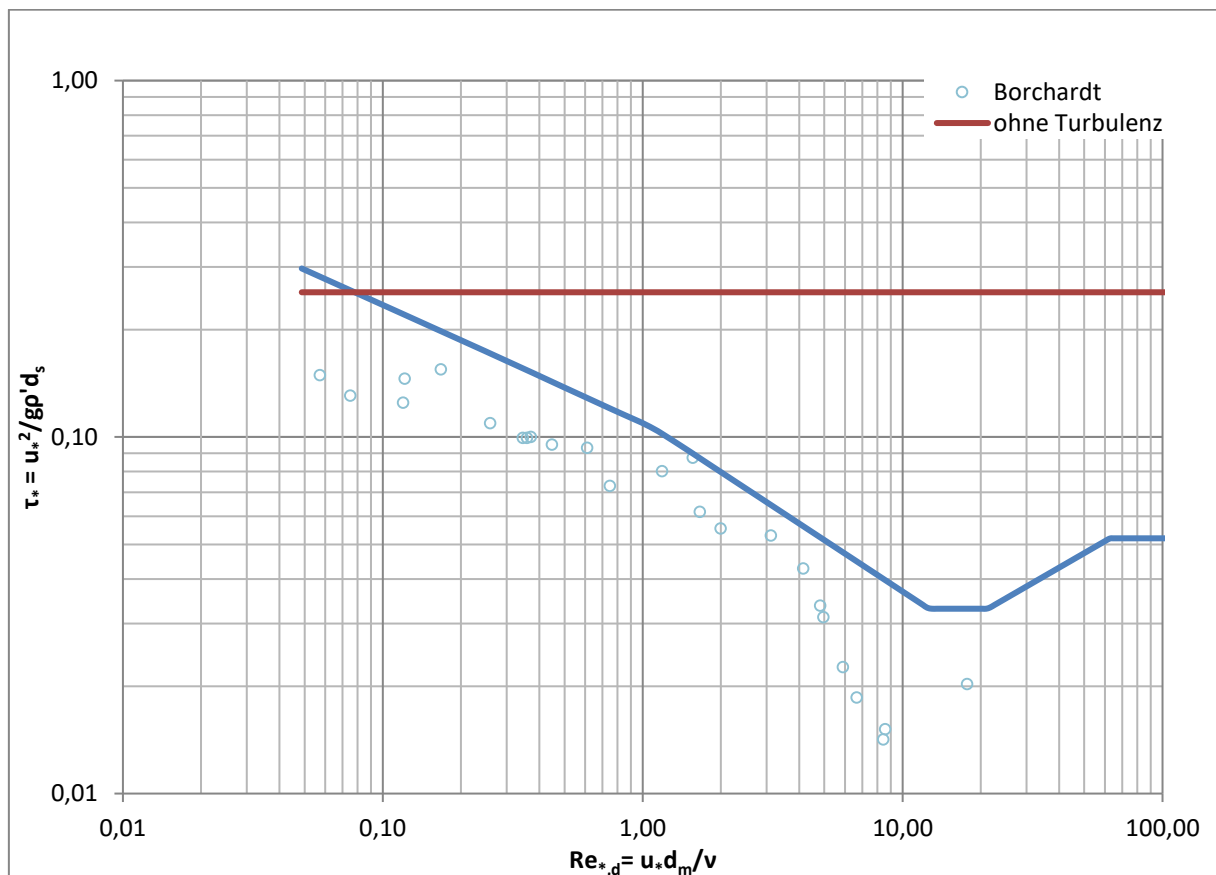


Abbildung 25: Bewegungsbeginn in laminarer Strömung nach Zanke (2001), Shields-Kurve nach Zanke (2013)

Für kornbezogene Reynoldszahlen  $Re_{*,d} < 0,15$  deuten die Messergebnisse aus den Untersuchungen gegenüber den konstanten kritischen dimensionslosen Schubspannungen  $\tau_{*,c}$  nach Zanke (2001) eine ähnliche Entwicklung an, sind allerdings um einen Faktor 2 nach unten verschoben. Entspricht der turbulenzbedingte Einfluss den Schubspannungsschwankungen  $\tau_{*,c}'$ , kann dieser aus der Differenz von  $\tau_{*,c,\varphi} = \text{const. } 0,7 \tan \varphi$  und den tatsächlich gemessenen kritischen dimensionslosen Schubspannungen  $\tau_{*,c}$  berechnet werden. Die ermittelten Werte der Schubspannungsschwankungen  $\tau_{*,c}'$  werden in Tabelle 7 aufgelistet. Für kornbezogene Reynoldszahlen  $Re_{*,d} \approx 7$  stimmen die Schubspannungsschwankungen  $\tau_{*,c}'$  annähernd mit den mittleren kritischen dimensionslosen Schubspannungen  $\tau_{*,c,\varphi}$  überein. Damit zeigt sich, dass der Einfluss der turbulenzbedingten Fluktuationen für den Ansatz von Zanke im Übergangsbereich von glatter zu rauher Sohle den gemittelten kritischen dimensionslosen Schubspannungen  $\tau_{*,c,\varphi}$  entsprechen.

Tabelle 7: Einfluss der Turbulenz nach Zanke (2001)

Nr. [-]	$Re_{*,d,c}$ [-]	$\tau_{*,c,\varphi}$ [-]	$\tau_{*,c}'$ [-]	$\tau_{*,c}$ [-]
1.1	0,057	0,255	0,11	0,149
2.2	0,075	0,255	0,12	0,131
3.2	0,122	0,255	0,11	0,146
4.3	0,120	0,255	0,13	0,125
5.1	0,168	0,255	0,10	0,155
6.1	0,259	0,255	0,15	0,109
7.4	0,347	0,255	0,16	0,100
8.1	0,359	0,255	0,16	0,099
9.1	0,372	0,255	0,15	0,100
10.1	0,448	0,255	0,16	0,095
11.2	0,613	0,255	0,16	0,093
12.1	0,748	0,255	0,18	0,073
13.1	1,188	0,255	0,17	0,080
14.1	1,560	0,255	0,17	0,087
15.2	1,660	0,255	0,19	0,062
16.1	1,996	0,255	0,20	0,055
17.1	3,119	0,255	0,20	0,053
18.3	4,154	0,255	0,21	0,043
19.1	4,825	0,255	0,22	0,034
20.1	4,969	0,255	0,22	0,031
21.3	5,908	0,255	0,23	0,023
22.1	6,677	0,255	0,24	0,019
23.2	8,576	0,255	0,24	0,015
24.1	8,427	0,255	0,24	0,014
25.3	17,726	0,255	0,23	0,020

Um den Einfluss der Turbulenz auf den Bewegungsbeginn stärker quantifizieren zu können, sind Geschwindigkeitsmessungen mit einer hohen zeitlichen wie auch räumlichen Auflösung in Sohlhöhe erforderlich. Ein weiterer interessanter Ansatz, auf den in der vorliegenden Arbeit nicht stärker eingegangen wird, sind scheinviskose und adhäsive Eigenschaften nicht-kohäsiver Sedimente und wie diese die für den Bewegungsbeginn erforderlichen kritischen dimensionslosen Schubspannungen  $\tau_{*,c}$  beeinflussen.

---

## 7. Zusammenfassung

---

In den Veröffentlichungen von Mantz (1977), Yalin und Karahan (1979) sowie Pilotti und Menduni (2001) wurden bereits Messungen zum Bewegungsbeginn in laminaren Strömungen vorgestellt. Basierend auf den Messungen von Yalin und Karahan approximiert García (2008) für laminare Strömungen eine Kurve (vgl. Gleichung [52]) als Grenze zwischen ruhenden und sich bewegenden Körnern.

Bei kornbezogenen Reynoldszahlen  $Re_{*,d} < 5$  treten glatte Wandverhältnisse auf und die klassische Shieldskurve verläuft mit abnehmender kornbezogener Reynoldszahl  $Re_{*,d}$  progressiv. Die gemessenen Werte für den Bewegungsbeginn innerhalb laminarer Strömungen mit glatten Wandverhältnissen zeigen mit abnehmenden kornbezogenen Reynoldszahlen  $Re_{*,d}$  einen linearen Anstieg der kritischen dimensionslosen Schubspannung  $\tau_{*,c}$  und bestätigen gemeinsam mit den Werten aus der genannten Literatur für den glatten Bereich  $Re_{*,d} < 2,5$  die Kurve von García. Allerdings weichen die Messungen von Mantz als auch von Pilotti und Menduni für kornbezogene Reynoldszahl  $Re_{*,d} > 2,5$  vom vorgeschlagenen Kurvenverlauf ab. Bei den experimentellen Untersuchungen wird die Strömung bei einer kornbezogenen Reynoldszahl  $Re_{*,d} \approx 4$  turbulent und die gemessenen Werte der kritischen dimensionslosen Schubspannung  $\tau_{*,c}$  verlassen sprunghaft die Kurve von García und nähern sich mit steilem Verlauf der klassischen Shieldskurve an. Zusammenfassend zeigt sich, dass die Kurve von García für glatte Sohlen gute Ergebnisse produziert, aber je weiter sich die Kurve dem Übergangsbereich zwischen glatter und rauer Sohle annähert, weichen die eigenen Messdaten und auch die anderer Autoren vom vorgeschlagenen Kurvenverlauf ab.

In neueren Veröffentlichungen von Charru et al. (2004) und Loiseleux et al. (2005) wird eine konstante kritische dimensionslose Schubspannung  $\tau_{*,c}$  von  $0,12 \pm 0,03$  für kornbezogene Reynoldszahlen  $Re_{*,d} < 1$  beschrieben, die durch die gemessenen Werte nicht bestätigt wird. Es ergibt sich ein Trend analog zu den Versuchen von Mantz (1977), Yalin und Karahan (1979) sowie Pilotti und Menduni (2001). Die gemessenen kritischen dimensionslosen Schubspannungen  $\tau_{*,c}$  liegen im Bereich  $Re_{*,d} < 1$  bei  $\tau_{*,c} = 0,115 \pm 0,04$  und weisen gegenüber den Versuchen von Mantz (1977), Yalin und Karahan (1979) sowie Pilotti und Menduni (2001) niedrigere Werte auf. Mögliche Gründe für die abweichenden Werte der experimentellen Untersuchungen könnten die strenge Definition des Bewegungsbeginns oder die optische Beobachtung der individuellen Partikelbewegungen mittels einer Kamera darstellen. Auch ist eine Beeinflussung durch zu geringe Fließtiefen, von Sohlunebenheiten oder einer unvollständig konsolidierten Sohle nicht auszuschließen.

Zanke (2001) versuchte, den Einfluss der Turbulenz mit den Gleichungen [77] und [78] analytisch herzuleiten. Dabei kommt er zu dem Ergebnis, dass der Bewegungsbeginn in laminaren Strömungen einzig vom inneren Reibungswinkel  $\phi$  abhängt. Für das Shields-Diagramm verwendet Zanke einen inneren Reibungswinkel  $\phi = 20^\circ$  und berechnet einen konstanten Wert von  $\tau_{*,c} = 0,255$  für die kritische dimensionslose Schubspannung in laminaren, Strömungen für kohäsionslose Sedimente. Die Messungen aus den experimentellen Untersuchungen sowie die Werte aus der Literatur bestätigen den Ansatz von Zanke für laminare Strömungen bei kornbezogenen Reynoldszahlen  $Re_{*,d} < 0,15$ , weichen aber teilweise um einen Faktor 2 ab. Das für zunehmende kornbezogene Reynoldszahlen  $Re_{*,d} > 0,15$  die für den Bewegungsbeginn erforderlichen dimensionslosen Schubspannungen  $\tau_*$  abnehmen, lässt

---

sich nach Zanke auf die Einflüsse der turbulenzbedingten Liftkräfte  $F_D$  und den Schwankungen der dimensionslosen Schubspannungen  $\tau_*'$  zurückführen.

Die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen zeigen, dass mit steigenden Reynoldszahlen  $Re$  die Sohlsedimente bei geringeren Strömungsintensitäten anfangen, sich zu bewegen. In laminaren Strömungen mit Reynoldszahlen  $Re \leq 2320$  nehmen die kritischen dimensionslosen Schubspannungen  $\tau_{*,c}$  langsam linear ab. Mit größeren Reynoldszahlen  $Re$  ist eine turbulente Strömung zu erwarten und die Werte der kritischen dimensionslosen Schubspannungen  $\tau_{*,c}$  sinken schlagartig mit steilem, linearem Verlauf. Hierbei muss berücksichtigt werden, dass der beschriebene Verlauf nur für glatte Sohlen sowie im Übergangsbereich zwischen glatt und rau bis zu einer kornbezogenen Reynoldszahl  $Re_{*,d} < 4$  gültig ist.

Zusammenfassend bestimmt die Turbulenz neben der mittleren Schubspannung  $\tau$  wesentlich den Bewegungsbeginn von Sedimentpartikeln. Wird der Einfluss der Turbulenz über die Fluktuationen der dimensionslosen Schubspannung  $\tau_*'$  abgebildet, entspricht die Turbulenz im Übergangsbereich zwischen glatter und rauer Sohlwand der mittleren kritischen dimensionslosen Schubspannung  $\tau_{*,c} = 0,7 \tan \varphi$  aus dem Ansatz Zanke.

Um den Einfluss der Turbulenz auf den Bewegungsbeginn allgemein und gegenüber anderen zufallsabhängigen Einflüssen, wie der Lagerung der Körner zueinander zu quantifizieren, werden weitere Untersuchungen mit optischen Verfahren zur Bestimmung dreidimensionaler Geschwindigkeitsfelder empfohlen.



---

## Literaturverzeichnis

Agudo, J. R.; Wierschem, A. (2012): Incipient motion of a single particle on regular substrates in laminar shear flow. In: *Phys. Fluids* 24 (9), S. 93302. DOI: 10.1063/1.4753941.

DIN 18126, 1996: Baugrund, Untersuchung von Bodenproben - Bestimmung der Dichte nichtbindiger Böden bei lockerster und dichtester Lagerung.

DIN 18124, 2011: Baugrund, Untersuchung von Bodenproben - Bestimmung der Korndichte - Kapillarpiknometer, Weithalspiknometer, Gaspyknometer.

DIN 18123, 2011: Baugrund, Untersuchung von Bodenproben – Bestimmung der Korngrößenverteilung.

Casey, H. (1935): Ueber Geschiebepbewegung. Berlin (Mitteilungen der Preußischen Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau, 19).

Charru, F.; Mouilleron, H.; Eiff, O. (2004): Erosion and deposition of particles on a bed sheared by a viscous flow. In: *J. Fluid Mech.* 519, S. 55–80.

Eckelmann, H. (1997): Einführung in die Strömungsmesstechnik. Stuttgart: Teubner (Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik, 74).

García, Marcelo H. (2008): Sedimentation engineering. Processes, measurements, modeling, and practice: American Society of Civil Engineers (ASCE manuals and reports on engineering practice, no. 110).

EN ISO 14688-1, 2013: Geotechnische Erkundung und Untersuchung – Benennung, Beschreibung und Klassifizierung von Boden – Teil 1: Benennung und Beschreibung.

EN ISO 14688-2, 2013: Geotechnische Erkundung und Untersuchung - Benennung, Beschreibung und Klassifizierung von Boden - Teil 2: Grundlagen für Bodenklassifizierungen.

Haake (1953): Haake-Kugelfall-Viskosimeter. Beschreibung und Gebrauchsanleitung. Hg. v. Gebrüder Haake. Berlin.

Herwig, H. (2004): Strömungsmechanik A-Z. Eine systematische Einordnung von Begriffen und Konzepten der Strömungsmechanik. Wiesbaden.

Herwig, H. (2008): Strömungsmechanik. Einführung in die Physik von technischen Strömungen. Wiesbaden: Vieweg + Teubner.

Jirka, Gerhard H.; Lang, Cornelia (2009): Einführung in die Gerinnehydraulik. Karlsruhe: Univ.-Verl. Karlsruhe.

Kleuker, H. (1993): Hydrodynamische Einlaufänge und Widerstandsgesetz von reibungsmindernden kationischen Tensidlösungen. In: *Forschung im Ingenieurwesen - Engineering Reserch* (59).

Kramer, H. (1932): Modellgeschiebe und Schleppkraft. Berlin (Mitteilungen der Preußischen Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau, 9).

Landolt-Börnstein (Hg.) (1955): Zahlenwerte und Funktionen aus Physik, Chemie, Astronomie, Geophysik und Technik. Stoffwerte und mechanisches Verhalten von Nichtmetallen. 6. Aufl. Berlin: Springer (4,1).

- 
- Lobkovsky, Alexander E.; Orpe, Ashish V.; Molloy, Ryan; Kudrolli, Arshad; Rothman, Daniel H. (2008): Erosion of a granular bed driven by laminar fluid flow. In: *J. Fluid Mech.* 605. DOI: 10.1017/s0022112008001389.
- Loiseleux, Thomas; Gondret, Philippe; Rabaud, Marc; Doppler, Delphine (2005): Onset of erosion and avalanche for an inclined granular bed sheared by a continuous laminar flow. In: *Phys. Fluids* 17 (10), S. 103304. DOI: 10.1063/1.2109747.
- Luckner, Thomas (2002): Zum Bewegungsbeginn von Sedimenten. Darmstadt: Technische Universität Darmstadt (Mitteilungen des Instituts für Wasserbau und Wasserwirtschaft der TU Darmstadt, Heft 124).
- Malverti, L.; Lajeunesse, E.; Métivier, F. (2008): Small is beautiful. Upscaling from microscale laminar to natural turbulent rivers. In: *J. Geophys. Res.* 113 (F4). DOI: 10.1029/2007JF000974.
- Mantz, Peter A. (1977): Incipient transport of fine grains and flakes by fluids - extended shields diagram. In: *Journal of Hydraulic Division* (Vol. 110, No. HY6), S. 601–615.
- Ouriemi, Malika; Aussillous, Pascale; Medale, Marc; Peysson, Yannick; Guazzelli, Élisabeth (2007): Determination of the critical Shields number for particle erosion in laminar flow. In: *Phys. Fluids* 19 (6), S. 61706. DOI: 10.1063/1.2747677.
- Pilotti, Marco; Menduni, Giovanni (2001): Beginning von sediment transport of incoherent grains in shallow shear flows. In: *Journal of Hydraulic Research* (Vol. 39, No. 2), S. 115–124.
- Prandtl (2012): Führer durch die Strömungslehre. Wiesbaden: Springer Vieweg.
- Raudkivi, A. J. (1982): Grundlagen des Sedimenttransports. Berlin, New York: Springer Verlag.
- Schiller, L. (1922). Berlin: Verlag des Vereins deutscher Ingenieure.
- Schütz, Thomas (2013): Hucho - Aerodynamik des Automobils. Strömungsmechanik, Wärmetechnik, Fahrdynamik, Komfort. Wiesbaden: Springer Vieweg (SpringerLink : Bücher).
- Shields, A. (1936): Anwendung der Aehnlichkeitsmechanik und der Turbulenzforschung auf die Geschiebebewegung. 26. Aufl. Berlin (Mitteilungen der Preußischen Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau).
- van Rhijn (1984): Sediment Transport, part 1: Bed load transport. In: *Journal of Hydraulic Engineering* (110-10), S. 1431–1456.
- Vanoni, Vito A. (1975): Sedimentation engineering. New York: The Society (Manuals and reports on engineering practice, no. 54).
- Wehnert, Markus (2008): Vorlesungsunterlagen zu Bodenmechanik + Erdbau.
- White, C. M. (1940): The Equilibrium of Grains on the Bed of a Stream. In: *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 174 (958), S. 322–338. DOI: 10.1098/rspa.1940.0023.
- White, S. J. (1970): The plane bed thresholds of fine grained sediments. In: *Nature* (228), S. 152–153.
- Witt, Karl Josef (Hg.) (2009): Grundbau-Taschenbuch. 7. Aufl. Berlin: Ernst.
- Yalin, M. Selim (1977): Mechanics of sediment transport. 2d ed. Oxford, New York: Pergamon Press.

---

Yalin, M. Selim; Karahan, Emin (1979): Inception of sediment transport. In: *Journal of Hydraulic Division* (Vol. 105, No. HY11), S. 1433.

Zanke, Ulrich (1982): Grundlagen der Sedimentbewegung. Berlin, New York: Springer-Verlag (Hochschultext).

Zanke, Ulrich (1990): Der Beginn der Sedimentbewegung als Wahrscheinlichkeitsproblem. In: *Wasser & Boden* (1).

Zanke, Ulrich (1996): Lösungen für das universelle Geschwindigkeitsverteilungsgesetz und die Shields-Kurve. In: *Wasser & Boden* (9).

Zanke, Ulrich (2001): Zur Einfluss der Turbulenz auf den Beginn der Sedimentbewegung. Darmstadt: Technische Universität Darmstadt (Mitteilungen des Instituts für Wasserbau und Wasserwirtschaft der TU Darmstadt, Heft 120).

Zanke, Ulrich (2013): Hydraulik für den Wasserbau. 3. Aufl. Berlin: Springer.

---

## 8. Firmenverzeichnis

---

Fließtiefenmessung  
Ultraschallabstandssensor

Dr. D. Wehrhahn Meßsysteme  
Hildesheimer Straße 140  
30173 Hannover  
<http://www.drwehrhahn.de/>

Glycerin  
Glycerin 99,5 %

Peter Greven GmbH & Co. KG  
Peter-Greven-Str. 20 - 30  
53902 Bad Münstereifel  
<http://www.peter-greven.de/>

Fauth + Co. KG  
Innstrasse 35-37  
68199 Mannheim  
<http://www.fauthchemie.de/>

Kamera  
Hero 4 Silver

GoPro, Inc.  
3000 Clearview Way  
San Mateo, CA 94402  
USA  
<http://de.gopro.com/>

magnetisch-induktive  
Durchflussmessung  
PROMAG 30

Endress+Hauser Messtechnik GmbH+Co. KG  
Colmarer Straße 6  
79576 Weil am Rhein  
[www.de.endress.com](http://www.de.endress.com)

Siebanalyse  
Vibrationssiebmaschine und Prüfsiebe

Retsch GmbH  
Retsch-Allee 1-5  
42781 Haan  
<http://www.retsch.de/>

Schlauchpumpe  
Delasco Z-Serie

PCM Deutschland GmbH  
Wiesbadener Landstr. 18  
65203 Wiesbaden  
<http://de.pcm.eu/>

Versuchsrinne  
Mobile Bed and Flow Visualisation Tank

Armfield Limited  
Bridge House, West Street  
Ringwood, BH24 1DY  
England  
<http://discoverarmfield.com/>

Viskosimeter  
Kugelfall-Viskosimeter Typ C

PSL Systemtechnik GmbH  
Pfeiffer System- und Labortechnik  
Albrecht-von-Groddeck-Straße 5  
38678 Clausthal-Zellerfeld  
<http://www.psl-systemtechnik.de/>

---

## 9. Anhang

---

Anlage 1: Bestimmung der Korndichte nach DIN 18124 .....	XIII
Anlage 2: Bestimmung der Dichte bei lockerster und dichtester Lagerung nach DIN 18126 .....	XIV
Anlage 3: Protokoll der Siebanalyse.....	XV
Anlage 4: Zahlentafel zur Viskosität und Dichte von Glycerin-Wasser-Gemische .....	XVI
Anlage 5: gemessene Viskosität und Dichte während der Untersuchungen .....	XVII
Anlage 6: Shields-Diagramm ergänzt um Ergebnisse verschiedener Veröffentlichungen;...	XVIII
Anlage 7: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V1.1.....	XIX
Anlage 8: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V2.2.....	XIX
Anlage 9: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V3.2.....	XIX
Anlage 10: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V4.3.....	XX
Anlage 11: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V5.1.....	XX
Anlage 12: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V6.1.....	XX
Anlage 13: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V7.4.....	XXI
Anlage 14: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V8.1.....	XXI
Anlage 15: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V9.1.....	XXI
Anlage 16: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V10.1.....	XXII
Anlage 17: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V11.2.....	XXII
Anlage 18: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V12.1.....	XXII
Anlage 19: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V13.1.....	XXIII
Anlage 20: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V14.1.....	XXIII
Anlage 21: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V15.2.....	XXIII
Anlage 22: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V16.1.....	XXIV
Anlage 23: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V17.1.....	XXIV
Anlage 24: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V18.3.....	XXIV
Anlage 25: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V19.1.....	XXV
Anlage 26: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V20.1.....	XXV
Anlage 27: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V21.3.....	XXV
Anlage 28: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V22.1.....	XXVI

---

Anlage 29: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V23.2 .....	XXVI
Anlage 30: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V24.1 .....	XXVI
Anlage 31: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V25.3 .....	XXVII

VERSUCHSANSTALT FÜR GEOTECHNIK • PROF. DR.-ING. ROLF KATZENBACH TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT	
<u>BESTIMMUNG DER KORNDICHTE NACH DIN 18 124</u> <u>MIT DEM KAPILLARPYKNOMETER</u>	Labor-Nr.: 140228
Projekt-Nr.: G1417	Entnahmestelle:
Projekt: IWW	Tiefe:
Bearbeiter: Sop	Bodenart:
Datum: 17.10.2014	Güteklasse: 3

Pyknometer-Nr.			18	118	398
Masse Pyknometer + Boden	$m_1=m_p+m_d$	[g]	72,5858	77,8464	73,0090
Masse Pyknometer	$m_p$	[g]	48,6732	45,0915	42,1968
Masse Pyknometer + Boden + Wasser	$m_2=m_p+m_d+m_{wT}$	[g]	163,1802	166,1037	161,0026
Temperatur des Wasser	T	[°C]	23,4	23,2	23,4
Dichte des Wassers bei der Temperatur T	$\rho_{wT}$	[g/cm³]	0,99747	0,99752	0,99747
Volumen des Wassers	$V_{wT}=(m_2-m_1)/\rho_{wT}$	[cm³]	90,8242	88,4767	88,2168
Volumen des kalibrierten Pyknometers	$V_{pT}$	[cm³]	99,8819	100,8886	99,8928
Volumen Boden	$V_k=V_{pT}-V_{wT}$	[cm³]	9,0577	12,4119	11,6760
Masse Boden	$m_d=m_1-m_p$	[g]	23,9126	32,7549	30,8122
Korndichte	$\rho_s=m_d/V_k$	[g/cm³]	2,640	2,639	2,639
Mittelwert	$\rho_s$	[g/cm³]	2,639		

Anlage 1: Bestimmung der Korndichte nach DIN 18124

VERSUCHSANSTALT FÜR GEOTECHNIK - PROF. DR.-ING. ROLF KATZENBACH TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT	
<b>BESTIMMUNG DER DICHTENICHTBINDIGER BÖDEN BEI LOCKERSTER UND DICHTESTER LAGERUNG</b>	Labor-Nr.: 140228
NACH <b>DIN 18126</b> SCHLAGGABELVERFAHREN	
Projekt-Nr.: G1417	Entnahmestelle:
Projekt: IWW	Tiefe:
Bearbeiter: Hof/Sül	Bodenart:
Datum: 17.10.2014	Gütekategorie: 3

Bestimmung der Dichte bei lockerster Lagerung		V = 441,39 [cm³]
Versuchs-Nr.	Trockenmasse m <sub>d</sub> [g]	Trockendichte ρ <sub>d</sub> = m <sub>d</sub> /V [g/cm³]
1	615,68	1,395
2	616,24	1,396
3	614,34	1,392
4	616,84	1,397
5	616,64	1,397
6		
Mittelwert ρ <sub>d</sub>		1,395 [g/cm³]
Korndichte ρ <sub>s</sub>		2,639 [g/cm³]
max n		0,471 [-]
max e		0,891 [-]

Bestimmung der Dichte bei dichtester Lagerung			
Versuchszylinder			
Durchmesser d <sub>Z</sub>	[mm]	70,9	Volumen V <sub>Z</sub> 443,43 [cm³]
Höhe h <sub>Z</sub>	[mm]	112,0	Fläche A 39,59 [cm²]
Höhe Aufsatzring h <sub>A</sub>	[mm]	0,0	Höhe Belastungskolben h <sub>K</sub> 15,0 [mm]

Versuch Nr.		1	2	3
Abstand a zwischen den Oberkanten von Behälter und Kolben am Messpunkt	Nr. 1	[mm]	0,16	
	Nr. 2	[mm]	-0,14	
	Nr. 3	[mm]		
Summe 1 bis 3		[mm]	0,02	
Mittelwert Σa/3		[mm]	0,01	
Eintauchtiefe des Kolbens im Versuchszylinder s = h <sub>K</sub> + a		[mm]	15,01	
Probenhöhe h = h <sub>Z</sub> + h <sub>A</sub> - s		[mm]	96,99	
Probenvolumen V = A · h		[cm³]	383,99	
Trockenmasse m <sub>d</sub>		[g]	616,64	
Trockendichte ρ <sub>d</sub> = m <sub>d</sub> /V		[g/cm³]	1,606	
Mittelwert ρ <sub>d</sub>			1,606	[g/cm³]
Korndichte ρ <sub>s</sub>			2,639	[g/cm³]
min n			0,391	[-]
min e			0,643	[-]

Anlage 2: Bestimmung der Dichte bei lockerster und dichtester Lagerung nach DIN 18126



<b>d<sub>i</sub></b>	<b>m<sub>leer</sub> [g]</b>	<b>m<sub>voll</sub> [g]</b>	<b>m<sub>i</sub> [g]</b>	<b>m<sub>i</sub> [%]</b>	<b>S<sub>i</sub> [%]</b>
<b>1,600</b>	380	380	0	-	100,0
<b>1,250</b>	368	379	11	0,5	99,5
<b>1,120</b>	358	1341	983	43,7	55,8
<b>1,000</b>	363	1391	1028	45,7	10,1
<b>0,900</b>	348	562	214	9,5	0,6
<b>0,800</b>	328	341	13	0,6	0,0
<b>0,710</b>	332	332	0	-	0,0
<b>0,500</b>	323	323	0	-	0,0
<b>0,250</b>	288	288	0	-	0,0
<b>0,125</b>	274	274	0	-	0,0
<b>0,063</b>	280	280	0	-	0,0
<b>0,001</b>	242	243	1	0,0	0,0
<b>Summe</b>			2250	100	
<b>m<sub>0</sub> [g]</b>	458	2707	2249		
<b>Verlust</b>			-1	0,00	

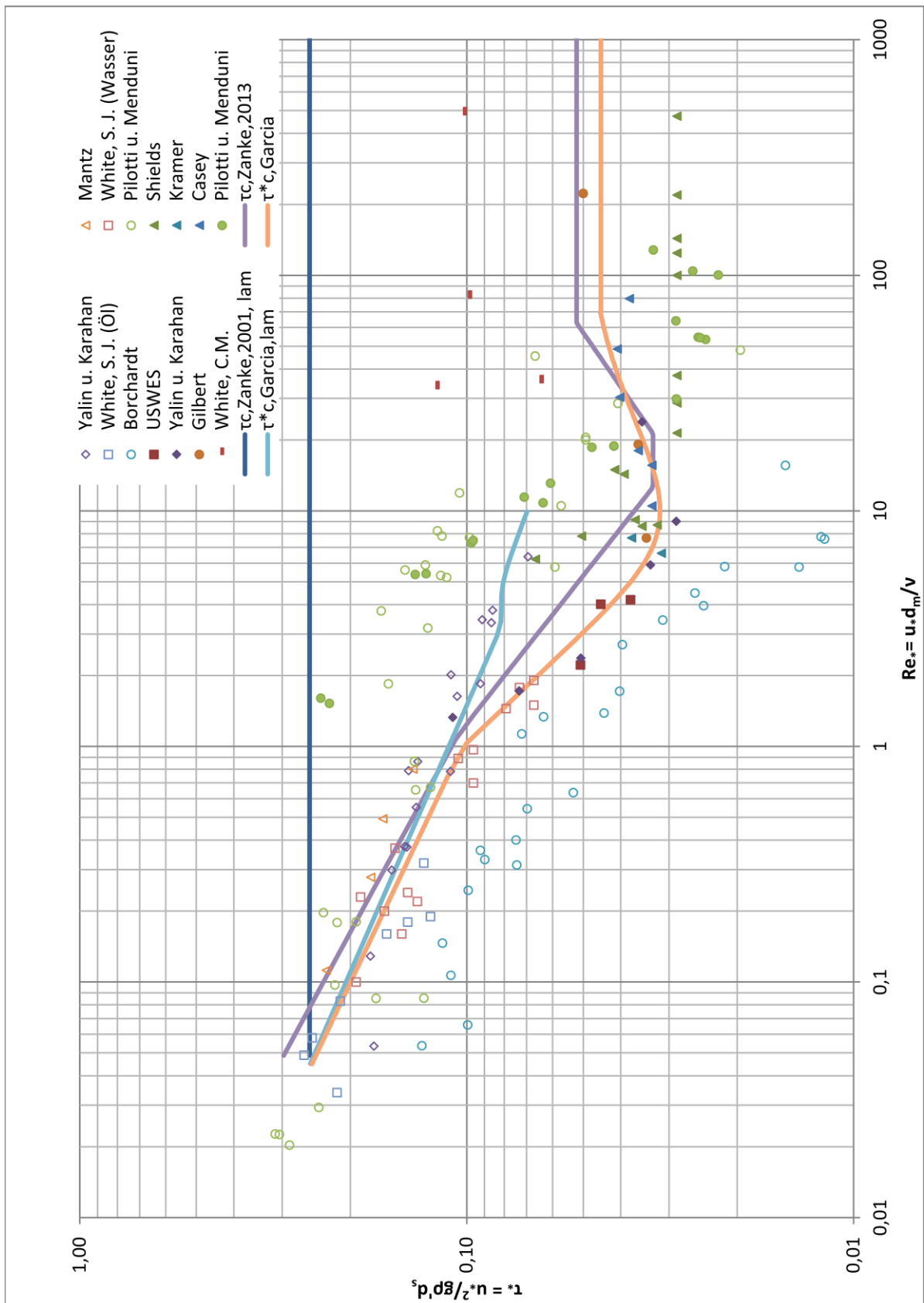
Anlage 3: Protokoll der Siebanalyse

Glycerinanteil in [%]	$\rho$ bei 25 C° [g/cm³]	$\eta$ [cP] bei Temperatur	
		20 C°	25 C°
100	1,25828	1499	945
95	1,24541	545	366
90	1,2322	234,6	163,6
85	1,21894	112,9	81,5
80	1,20568	62	45,86
75	1,19212	36,46	27,73
70	1,17861	22,94	17,96
65	1,1649	15,54	12,36
60	1,15119	10,96	8,823
55	1,13753	7,997	6,582
50	1,12387	6,05	5,041
45	1,11051	4,715	3,967
40	1,09715	3,75	3,181
35	1,08394	3,04	2,6
30	1,07078	2,501	2,157
25	1,05802	2,095	1,81
20	1,0453	1,769	1,542
15	1,03299	1,517	1,331
10	1,02068	1,311	1,153
5	1,00886	1,143	1,01
0	0,99705	1,005	0,893

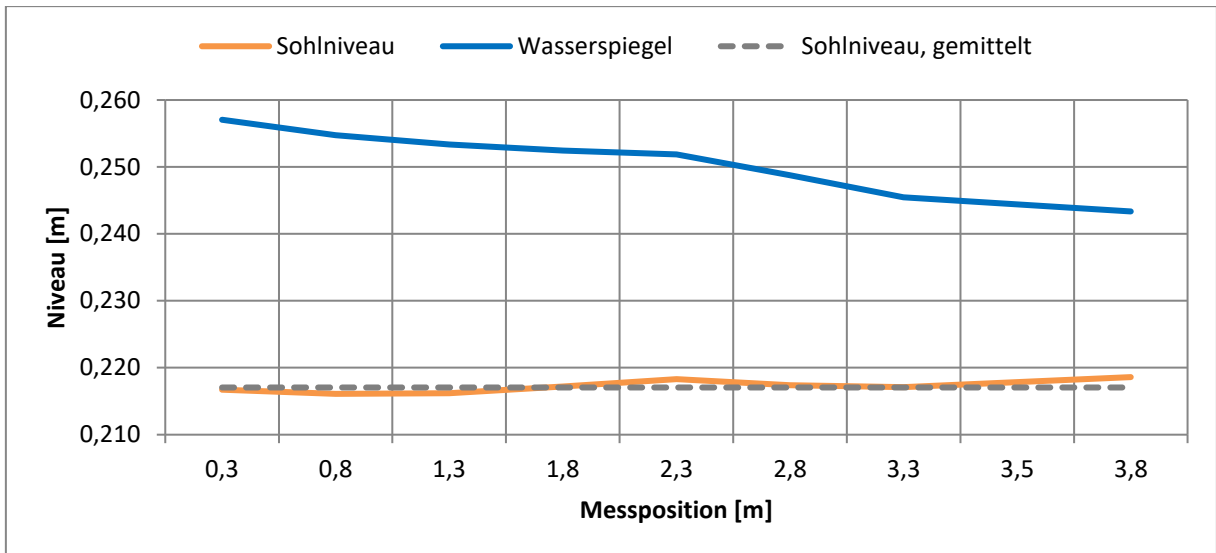
Anlage 4: Zahlentafel zur Viskosität und Dichte von Glycerin-Wasser-Gemische (Landolt-Börnstein 1955)

T [C°]	Glycerin [%]	Kugel-Nr [-]	$\rho_K$ [g/cm³]	$\rho$ [g/cm³]	K [-]	t [s]	$\eta$ [cP]
20,9	100,00	5	7,664	1,261	4,6	34,60	1.019
21,8	96,77	5	7,664	1,256	4,6	24,63	726
21,5	95,10	4	8,245	1,260	0,55	122,40	470
20,1	93,40	4	8,245	1,239	0,55	115,70	446
19,2	91,90	4	8,245	1,244	0,55	91,33	352
20,1	88,33	4	8,245	1,226	0,55	50,27	194
21,4	85,99	4	8,245	1,232	0,55	35,47	194
21,4	85,77	4	8,245	1,232	0,55	34,07	131
19,7	85,59	4	8,245	1,234	0,55	32,93	127
19,7	84,05	3	8,185	1,225	0,09	164,57	103
18,3	81,16	3	8,185	1,233	0,09	117,43	73
20,3	78,55	3	8,185	1,199	0,09	86,87	55
20,7	74,77	3	8,185	1,195	0,09	56,93	36
19,6	72,03	3	8,185	1,190	0,09	45,10	28
19,2	69,91	3	8,185	1,168	0,09	36,17	23
19,3	66,42	3	8,185	1,178	0,09	27,93	18
20,3	60,15	2	2,385	1,167	0,06	151,67	11
20,2	53,97	2	2,385	1,128	0,06	102,17	7,7
20,3	49,12	2	2,385	1,114	0,06	77,57	5,9
18,6	47,38	2	2,385	1,120	0,06	70,67	5,4
20,3	40,27	2	2,385	1,112	0,06	49,63	3,8
20,8	35,09	2	2,385	1,099	0,06	39,50	3,0
20,8	25,55	2	2,385	1,071	0,06	27,13	2,1
20,8	25,15	1	2,393	1,059	0,008	197,70	2,1
18,1	5,85	1	2,393	1,021	0,008	105,63	1,2

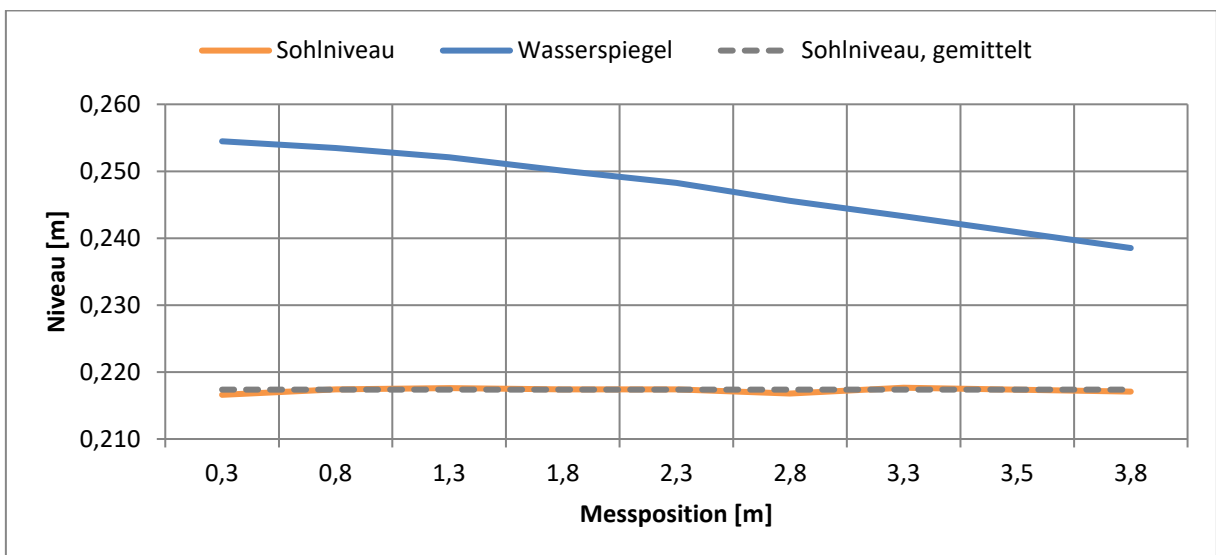
Anlage 5: gemessene Viskosität und Dichte während der Untersuchungen



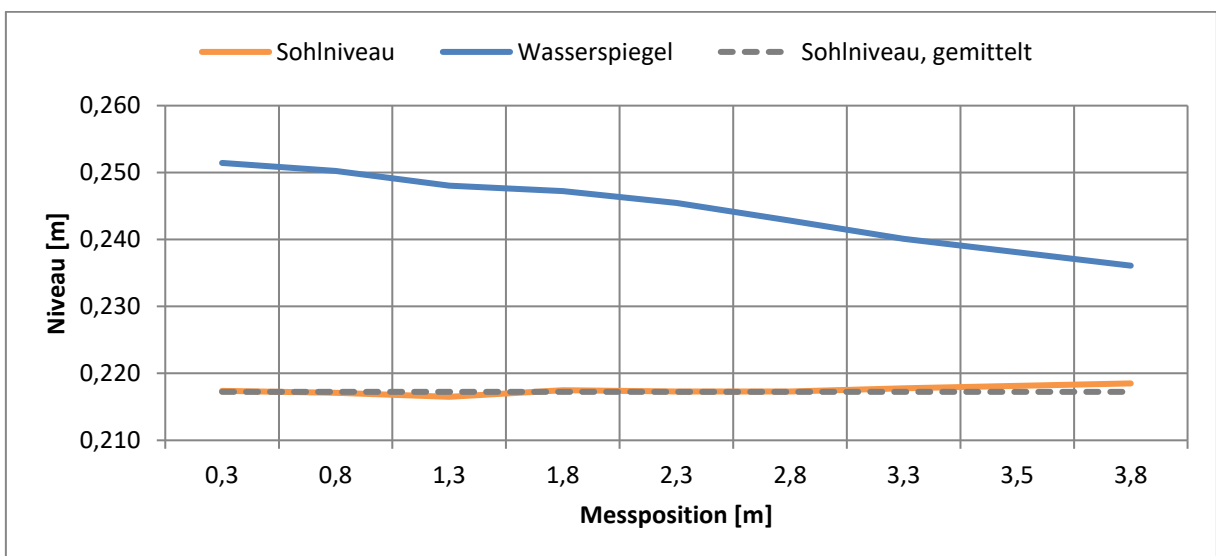
Anlage 6: Shields-Diagramm ergänzt um Ergebnisse verschiedener Veröffentlichungen;  
 gefüllte Markierungen = turbulent ; nicht gefüllte Markierungen = laminar



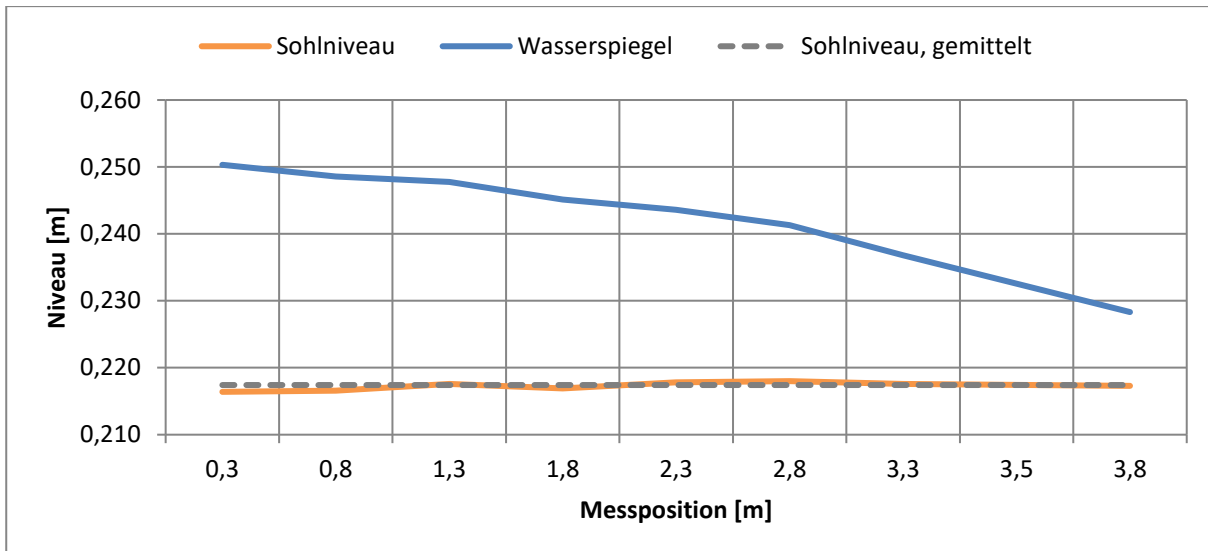
Anlage 7: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V1.1



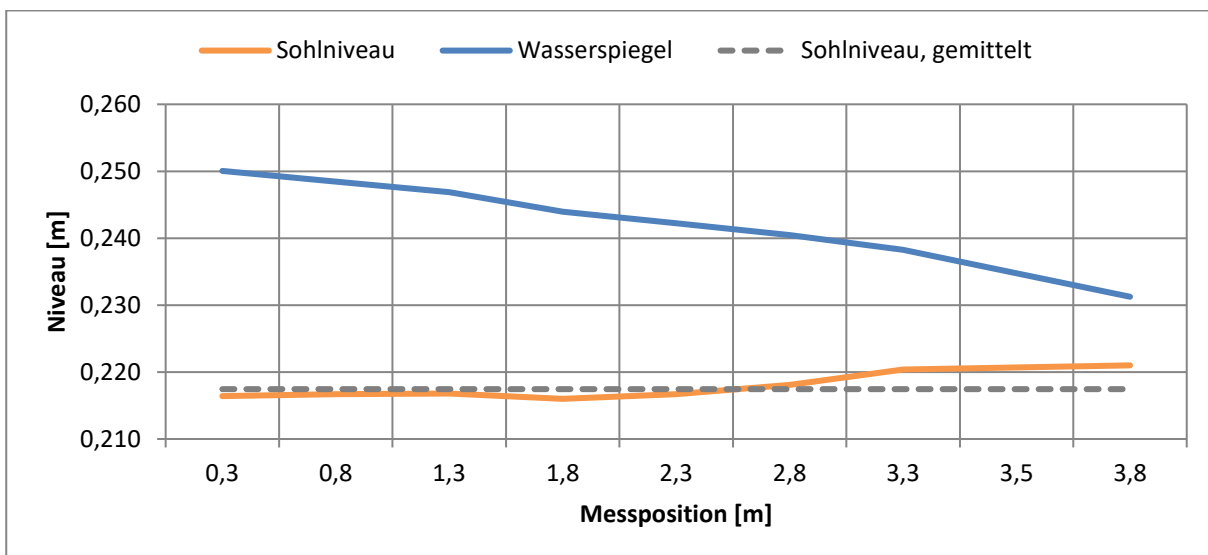
Anlage 8: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V2.2



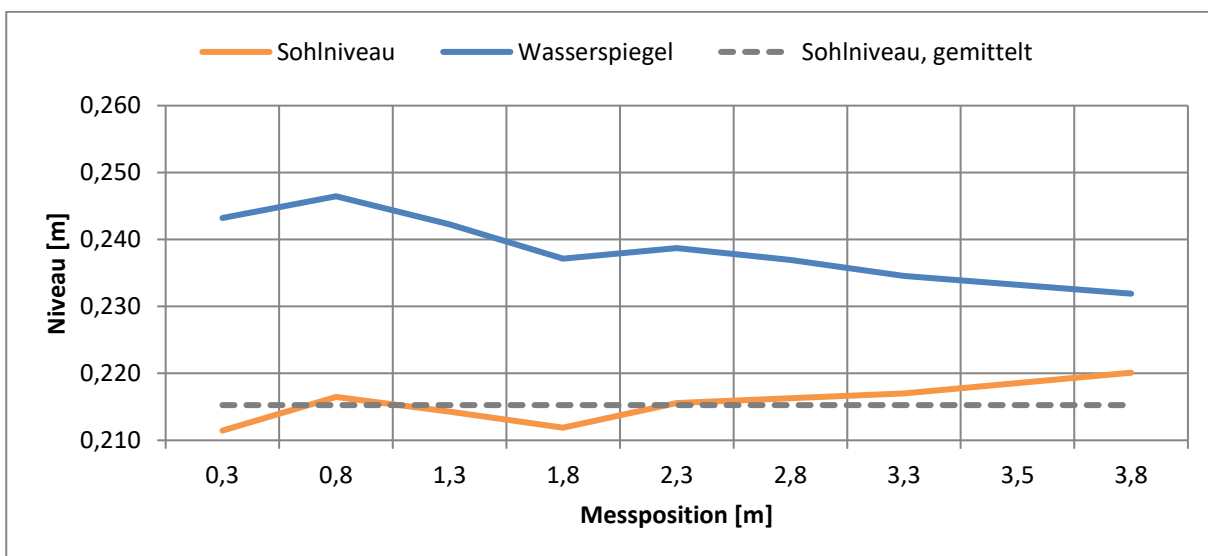
Anlage 9: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V3.2



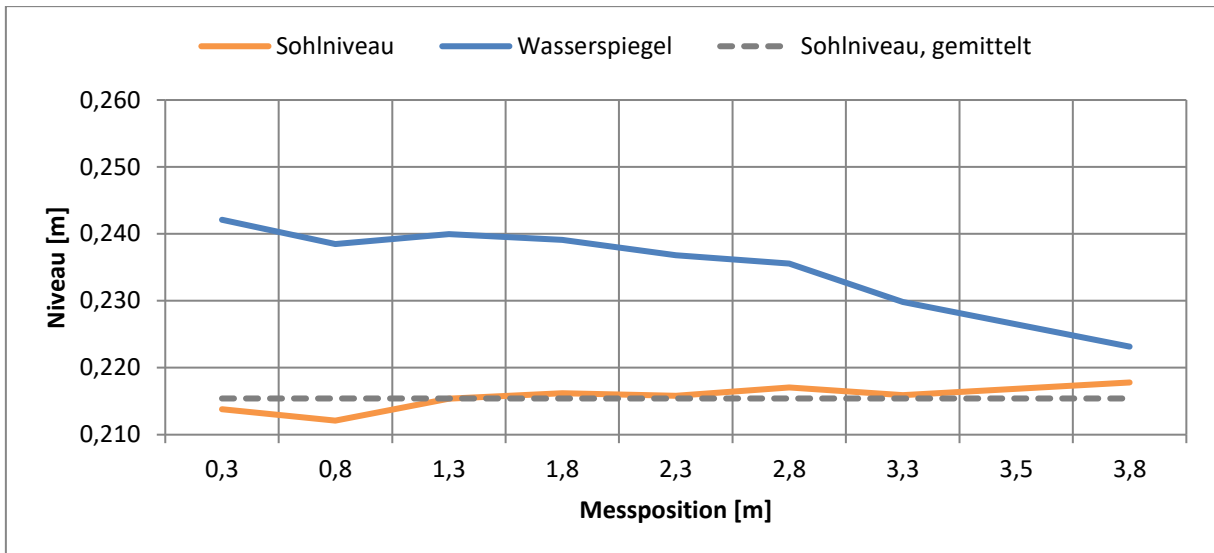
Anlage 10: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V4.3



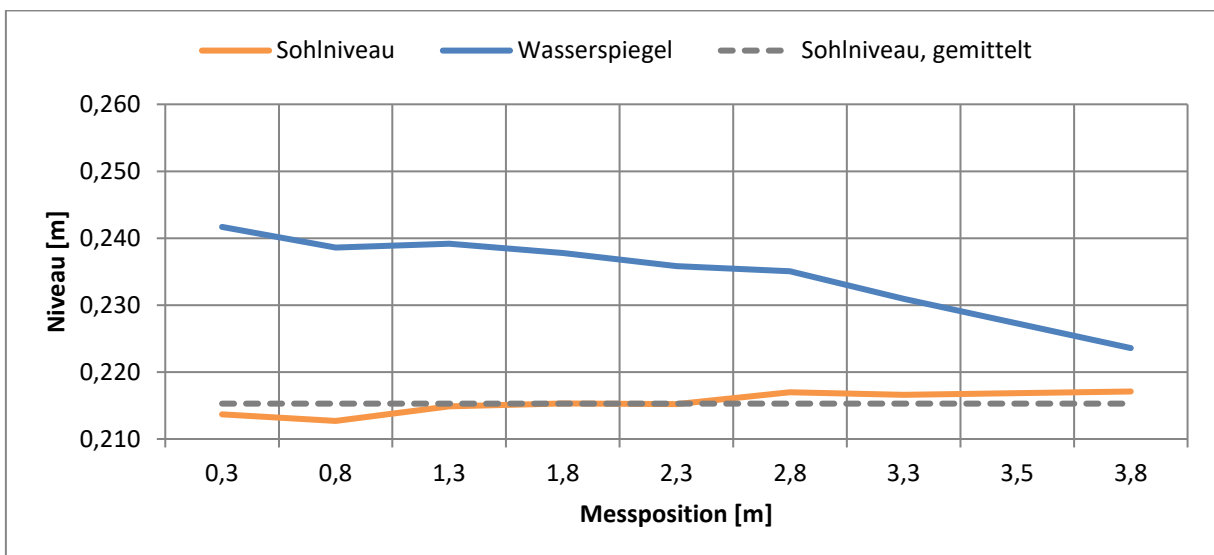
Anlage 11: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V5.1



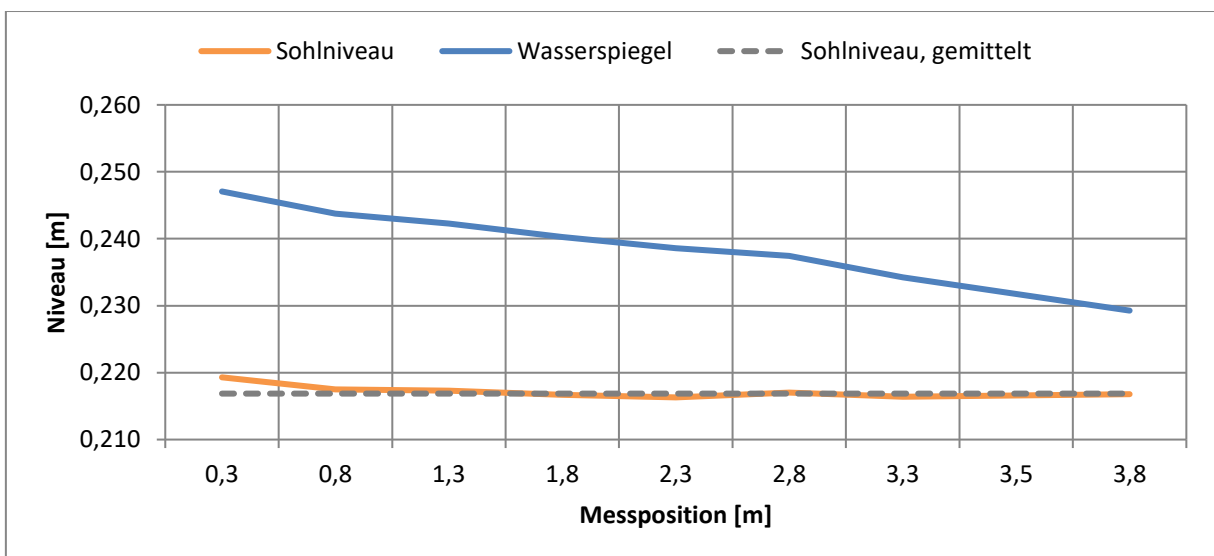
Anlage 12: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V6.1



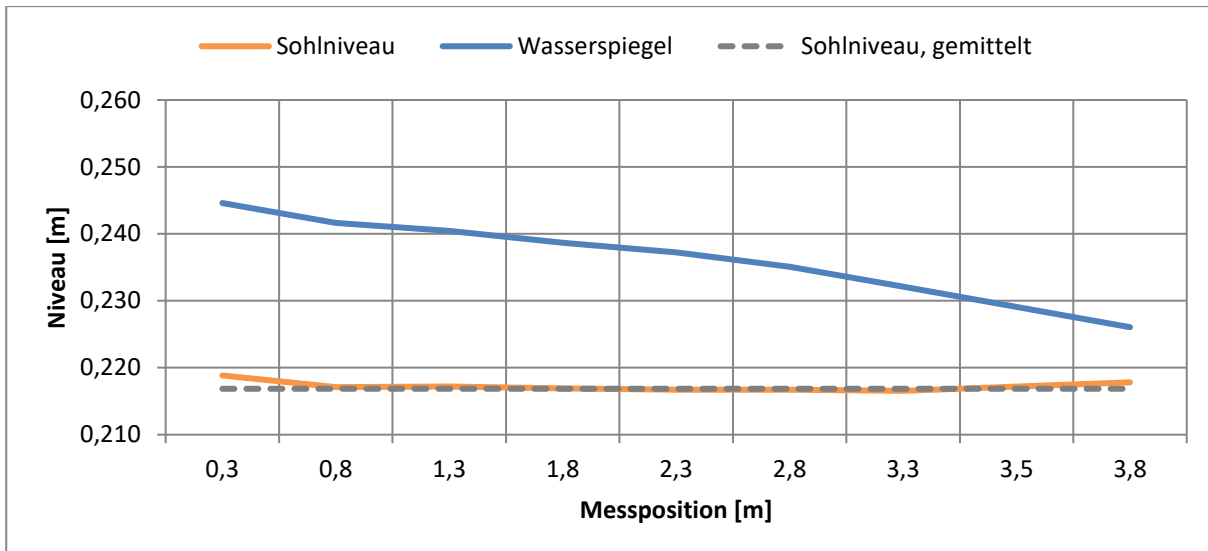
Anlage 13: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V7.4



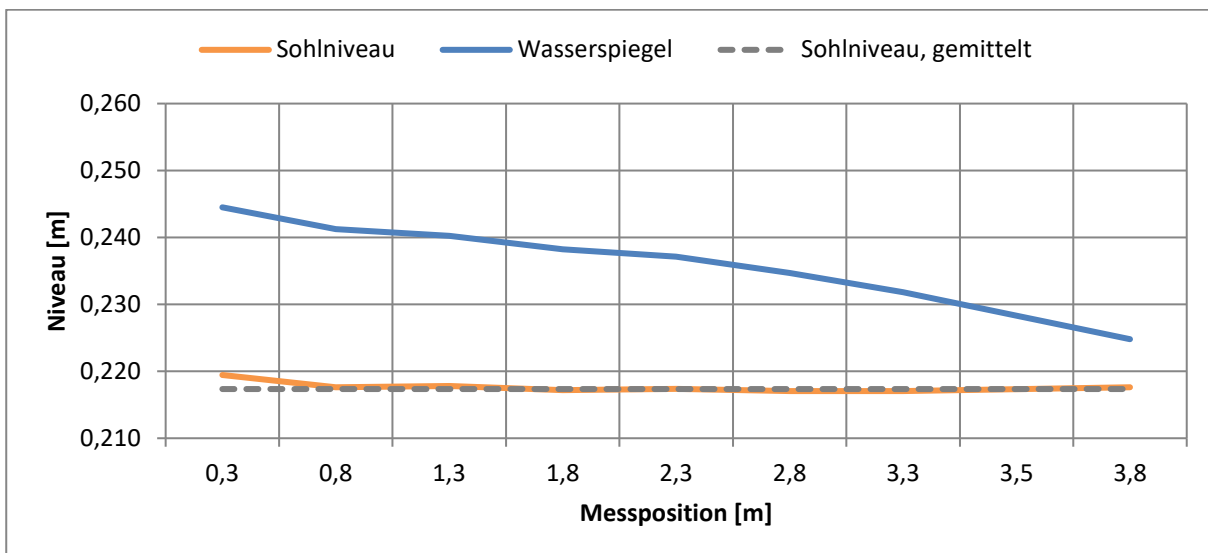
Anlage 14: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V8.1



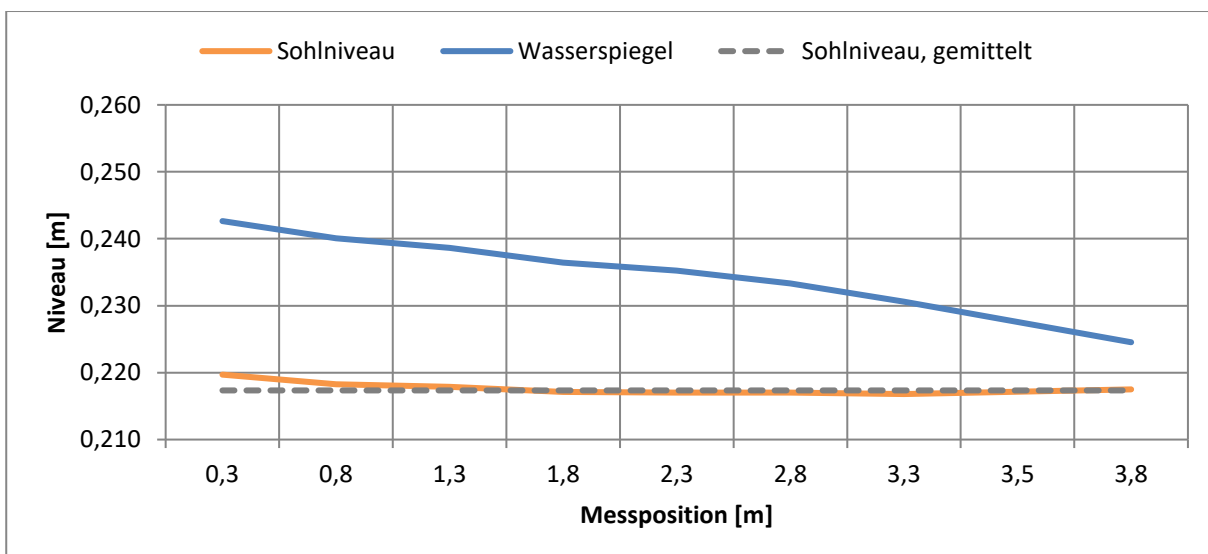
Anlage 15: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V9.1



Anlage 16: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V10.1

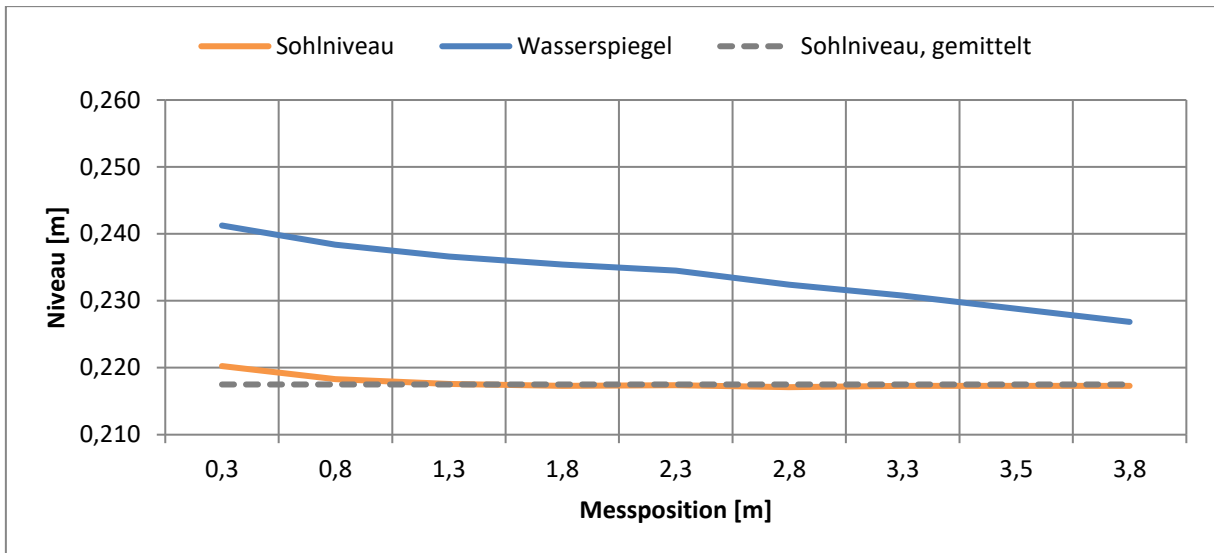


Anlage 17: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V11.2

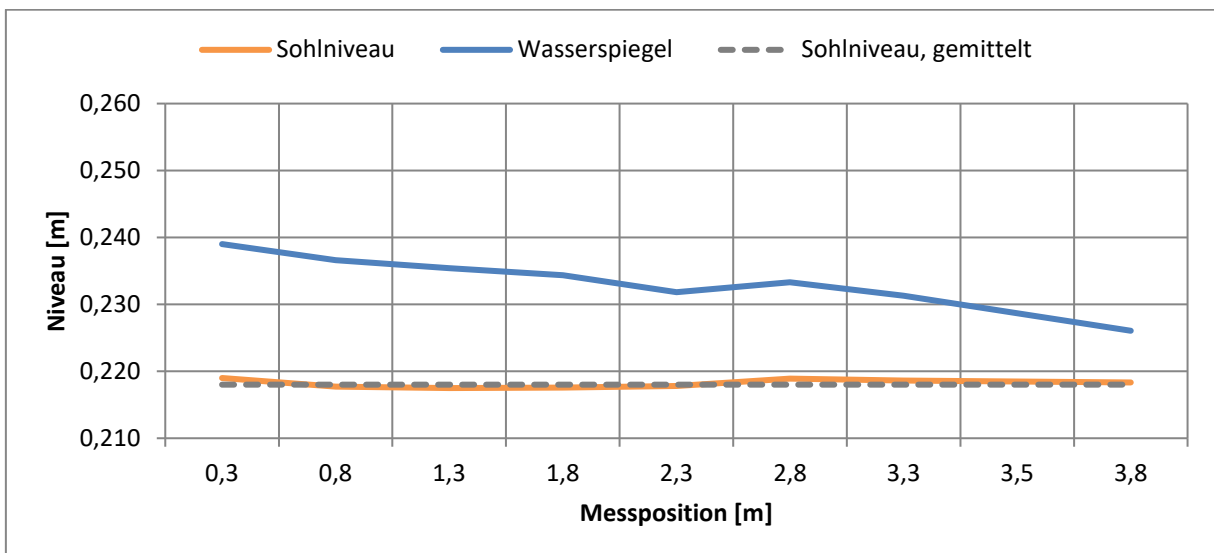


Anlage 18: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V12.1

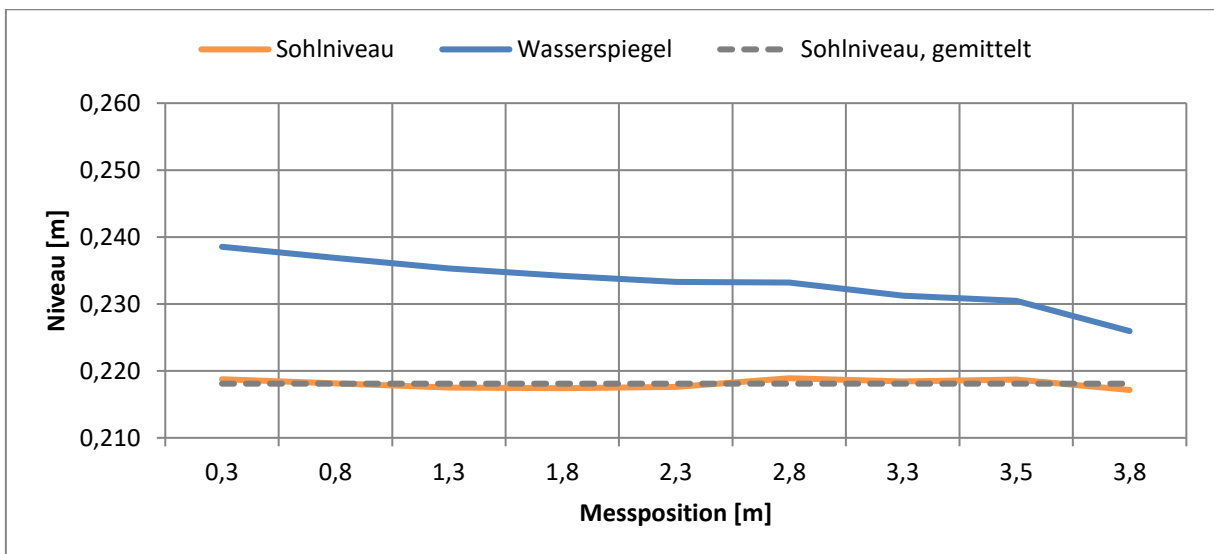




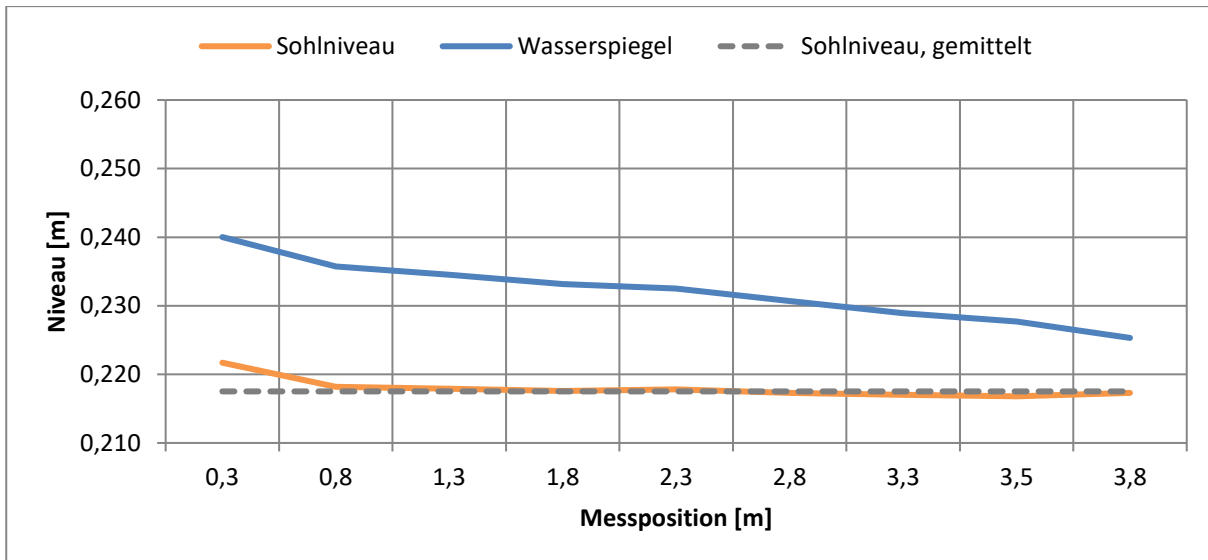
Anlage 19: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V13.1



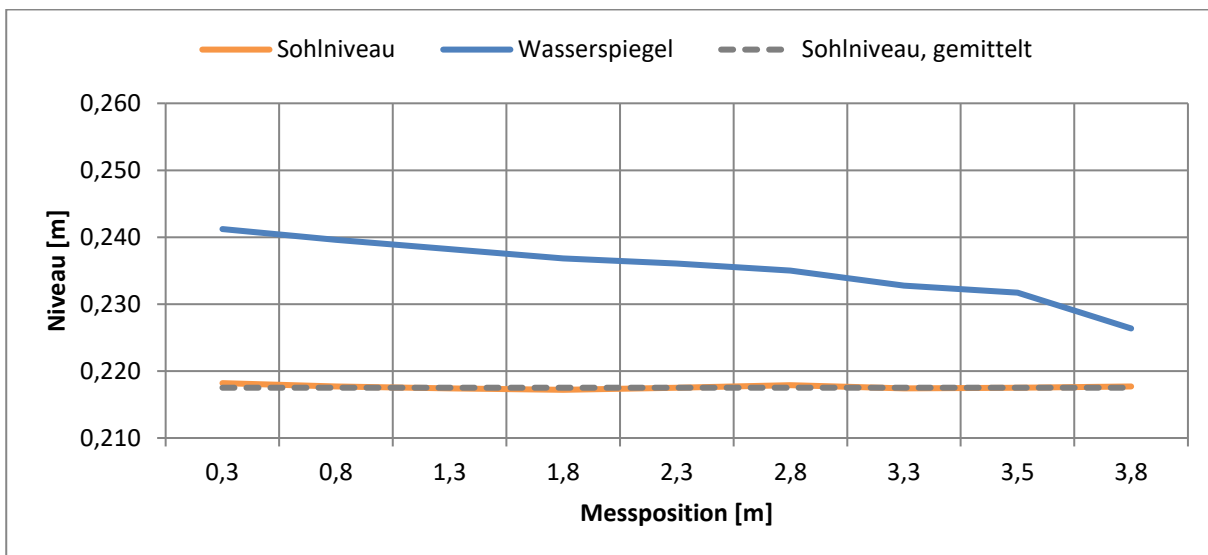
Anlage 20: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V14.1



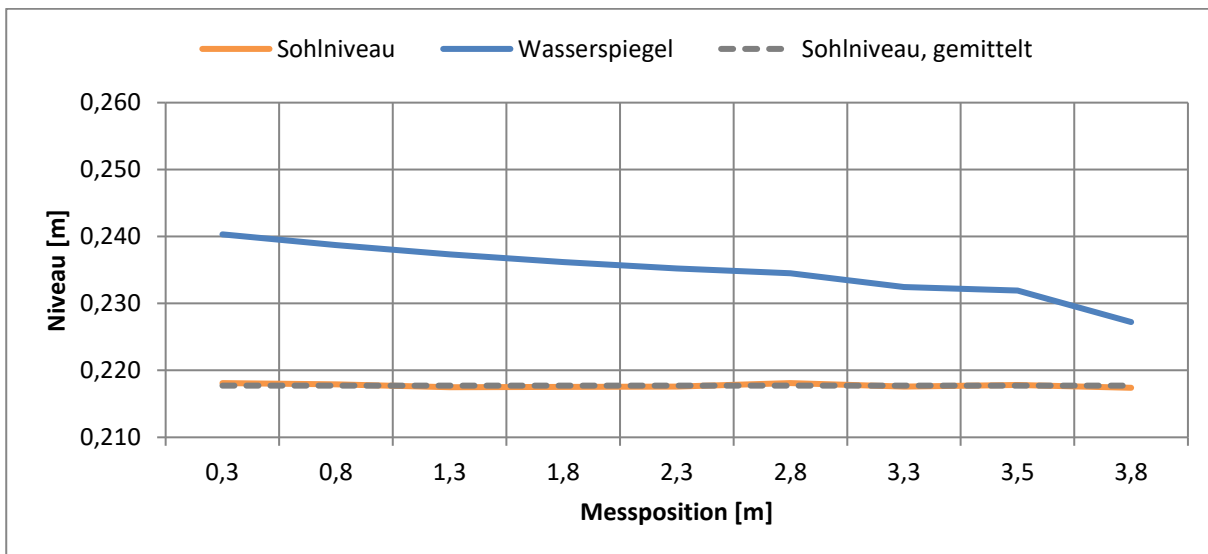
Anlage 21: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V15.2



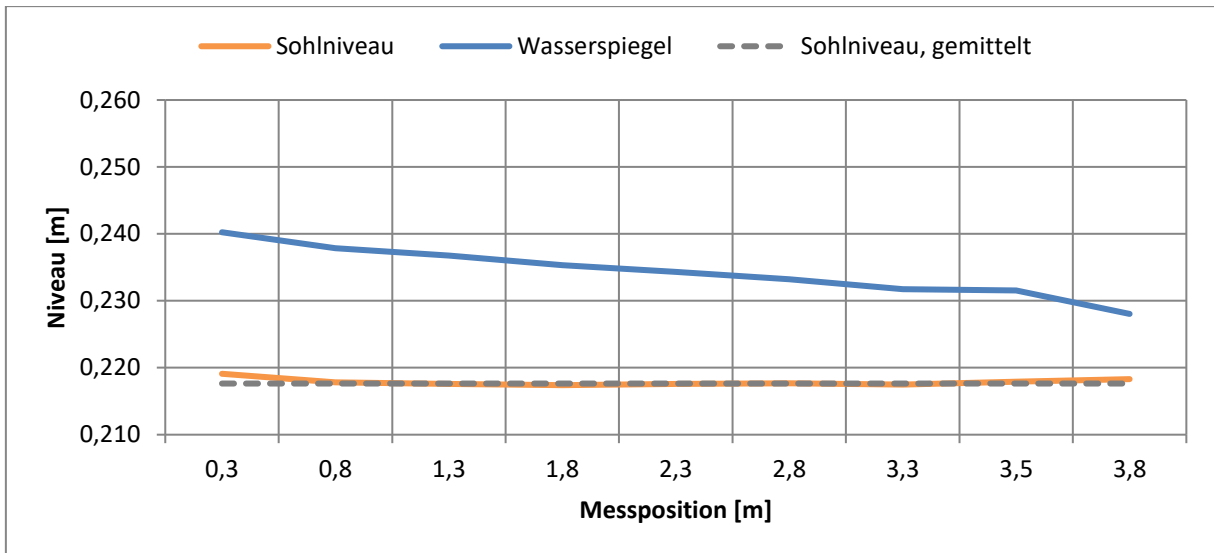
Anlage 22: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V16.1



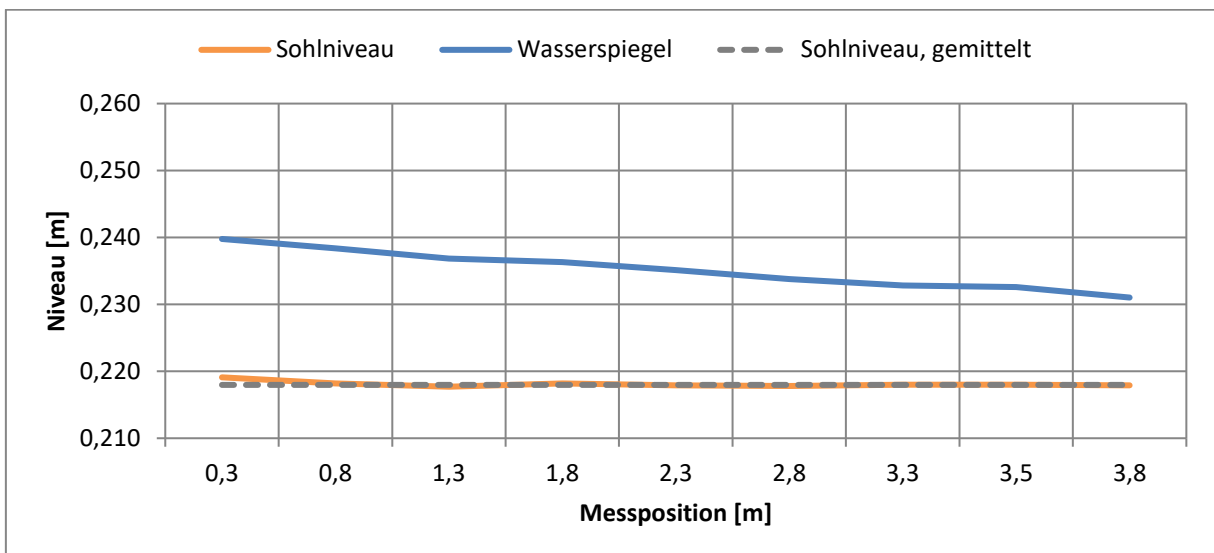
Anlage 23: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V17.1



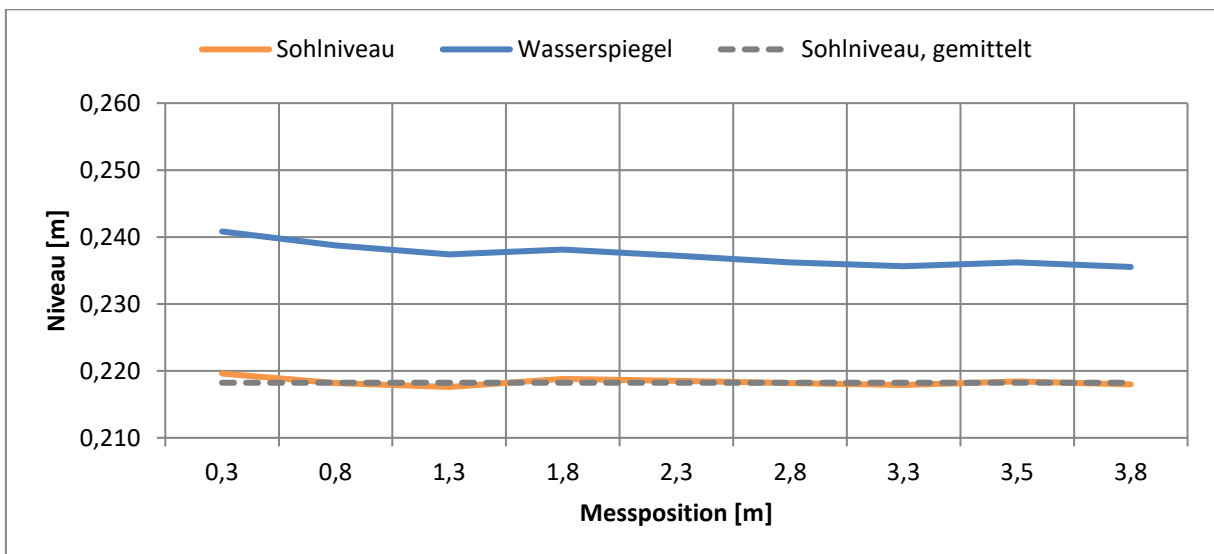
Anlage 24: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V18.3



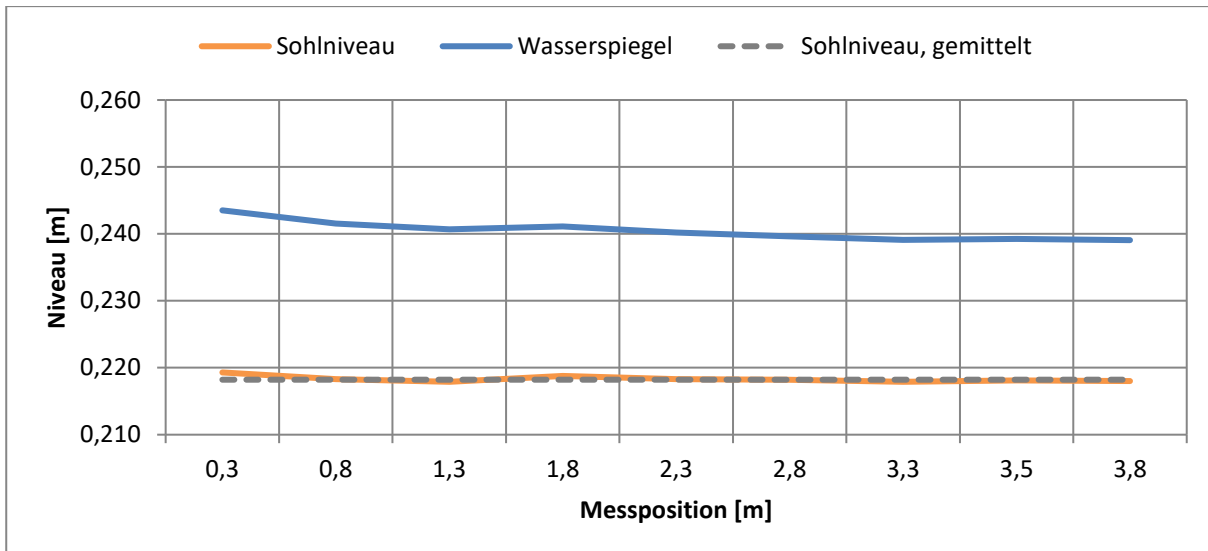
Anlage 25: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V19.1



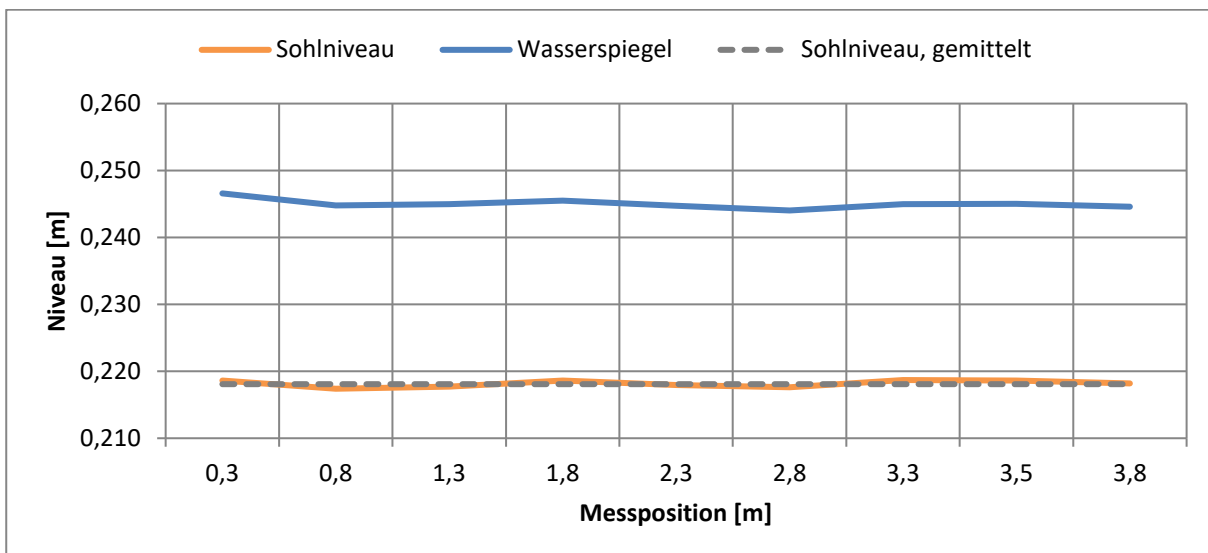
Anlage 26: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V20.1



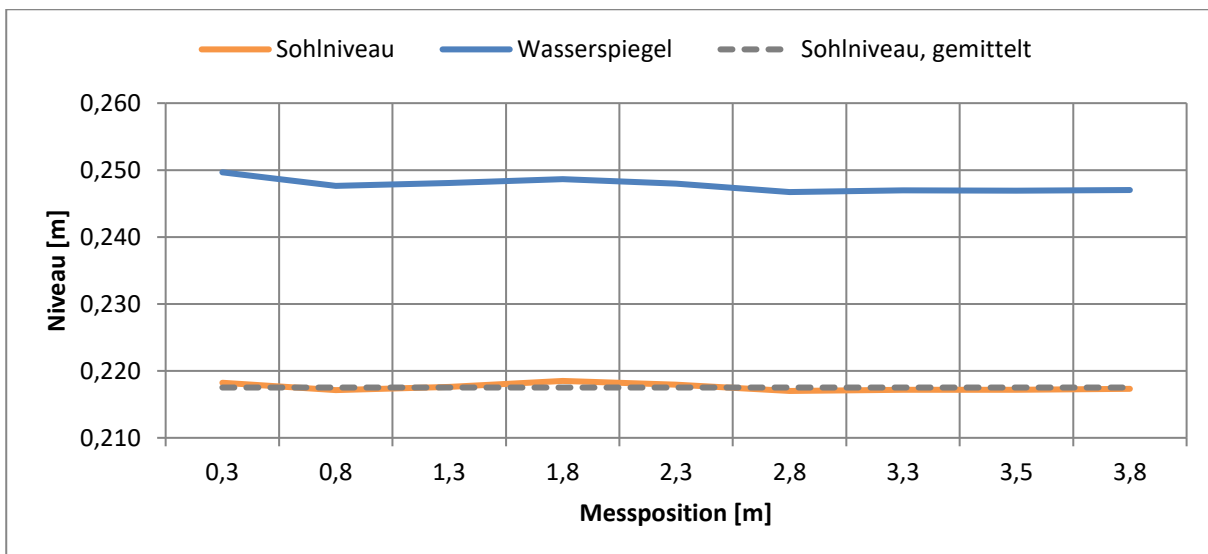
Anlage 27: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V21.3



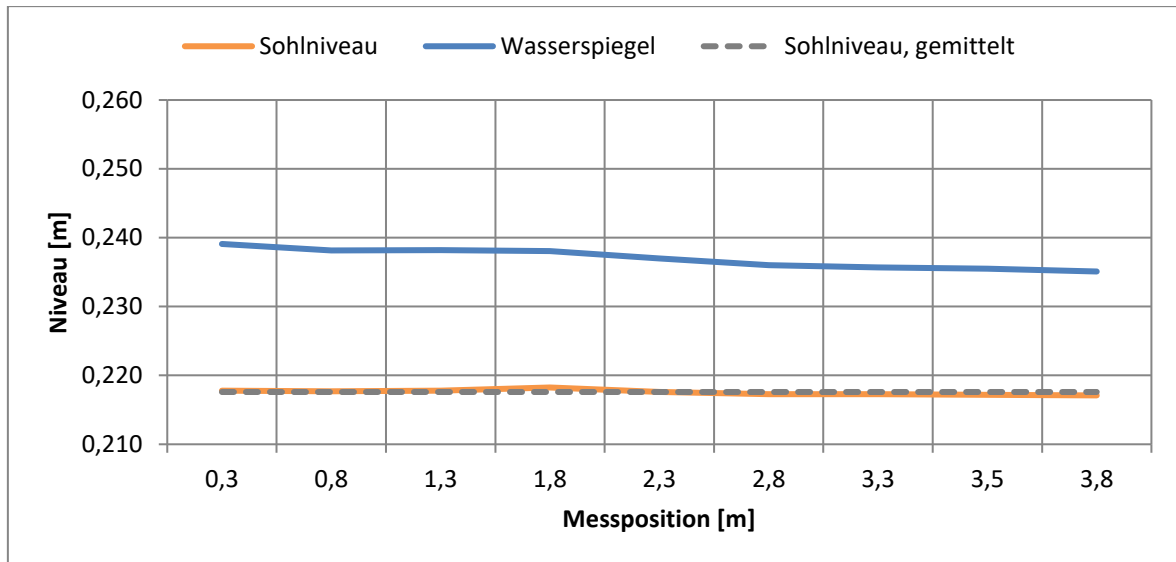
Anlage 28: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V22.1



Anlage 29: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V23.2



Anlage 30: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V24.1



Anlage 31: Wasserspiegelverlauf in Strömungsrichtung V25.3

---

## **10. Erklärung zur Abschlussarbeit gemäß § 22, Abs. 7 APB**

---

Hiermit versichere ich, die vorliegende Abschlussarbeit ohne Hilfe Dritter nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt zu haben. Alle Stellen, die aus den Quellen entnommen wurden sind als solche kenntlich gemacht worden. Diese Arbeit hat in gleicher Form oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Darmstadt, den 09. März 2015

---

Unterschrift